

Análise da resistência à flexão e ao crateramento de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos e helicoidais: avaliação da eficácia da norma ANSI/AGMA 2101-D04

David Lira Nunez¹

¹Federal University of Technology - Paraná (UTFPR)

21 de julho de 2022

Resumo

Um dos elementos de transmissão mais usados e que ainda proporciona a inclusão de novas tecnologias na Engenharia Mecânica é a engrenagem de aço cilíndrica de dentes retos e helicoidal. Embora seja um elemento mecânico muito usado na indústria e testado pelos cientistas, há pouca informação atualizada e disponível sobre seu equacionamento na unidades do Sistema Internacional, para o cálculo à fadiga: análise de tensão ao contato e consequente avaliação da resistência ao crateramento na superfície do dente da engrenagem; análise da tensão à flexão e consequente avaliação da resistência a fratura na região do cordão raiz do dente da engrenagem. Para tal, tem-se mapeado os artigos mais relevantes dos últimos 8 anos da área de Engenharia Mecânica que abordam a análise desse elemento mecânico, destacando a norma ANSI/AGMA 2101-D04 para unidades métricas. Nesse sentido, o presente trabalho detalha dita norma e a complementa com informações da literatura consolidada de Projeto de Máquinas, proporcionando ao mundo acadêmico e industrial, mais um material que possa auxiliar no projeto para a análise de uma engrenagem, nos seus cálculos de análise à fadiga e mitigação de possíveis falhas causadas por erros de projeto. Para maior entendimento da aplicabilidade dessa norma, foi desenvolvido um estudo de caso que compara a norma AGMA com resultados obtidos no software de CAD Solid Edge que usa para seus cálculos a norma ISO 6336. O principal resultado deste trabalho é a comprovação que os resultados de ambas normas diferem muito, sendo os valores no Solid Edge mais conservadores. Finalmente, este trabalho compara também a eficiência entre uma engrenagem cilíndrica de dentes retos e helicoidal, usando para ambos estudos a norma ANSI/AGMA.

Palavras-chave: AGMA 2101-D04. Engrenagem cilíndrica reta, Engrenagem cilíndrica helicoidal. ISO 6336. Solid Edge.

1 Introdução

Na grande área de Engenharia Mecânica, a engrenagem é um dos elementos mais relevantes associado ao Projeto de Máquinas, que transmitem rotação, torque e potência entre eixos por meio do engate de dentes com involutas especiais. Mudando os diâmetros desses elementos podem ser aumentadas as velocidades de rotação de um eixo e diminuir o seu torque, manter a velocidade e o torque constantes ou reduzir a velocidade de rotação e aumentar o torque (Wicker & Lewis, 2015).

A grande maioria de falhas que pode apresentar uma engrenagem tem origem em anomalias associadas ao seu uso incorreto, tais como montagem e lubrificação inadequadas, sobrecargas, erro de projeto, etc. As falhas podem ser classificadas em: desgaste, fratura por fadiga e deformação plástica. Além disso, uma das principais causas que produzem essas falhas é devido a erros no projeto e de fabricação (Amaral, 2012).

Nesse contexto, (Lisle et al., 2017), consideram que a análise de tensão à flexão de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos e helicoidais pode ser obtida de forma analítica por meio das normas ISO (6336-3, 2019) e ANSI/AGMA (2101-D04, 2016). Já para uma análise por simulação computacional de elementos finitos (FEA do inglês *Finite Element Analysis*) pode ser usado o software ANSYS, por outro lado, quando é preciso realizar uma análise estática com testes experimentais, o uso do extensômetro é apontada como a técnica mais usada.

Para testes experimentais, especificamente quando usado o extensômetro, um fator que pode induzir a erros de coleta de dados é a posição inadequada do extensômetro no cordão raiz do dente, e isso ocorre pelo tamanho do filete que normalmente oferece um espaço limitado para a montagem do sensor.

Por outro lado, ao usar a norma ISO ou AGMA existem discrepâncias quando comparados seus resultados. A literatura aponta que isso deve-se principalmente a como cada norma considera a geometria do dente da engrenagem, especificamente o efeito no filete do cordão raiz. A ISO considera uma parábola base com ponto tangente de um triângulo reto de 30° , já a norma AGMA considera a parábola de Lewis. Além disso, o cordão raiz usando a norma ISO é praticamente o dobro daquele usando na norma AGMA. Também, aponta-se que na norma ISO considera-se apenas a carga tangencial, já na norma AGMA considera-se a carga tangencial e radial. Finalmente, outro motivo de discrepância entre ambas normas deve-se ao fator de concentração de tensão à fadiga, a norma AGMA é 9,3% menor do que a norma ISO, e por esse motivo a norma ISO pode ser considerada, também, mais conservadora do que a norma AGMA, (Lisle et al., 2017).

Na análise de uma engrenagem, usando o software ANSYS para FEA, aponta-se que a melhor forma de estudar a engrenagem é com a representação de apenas 3 dentes da engrenagem. Mas, embora destaca-se o ANSYS na precisão de resultados, essa análise leva em consideração apenas cenários de projetos limitados quando comparados a engrenagens em funcionamentos reais que sim são consideradas nas normas AGMA e ISO. Sendo assim, nesse estudo pode-se concluir que a modelagem analítica da norma AGMA é mais real na sua representação de um cenário industrial e mais fácil de ser adotada na análise à flexão de uma engrenagem cilíndrica de dentes (Lisle et al., 2017).

No trabalho de (Marques et al., 2017), é realizado um estudo sobre o comportamento da

distribuição de carga ao longo da face do dente de uma engrenagem. Para tal, são analisadas engrenagens cilíndricas de dentes retos e de dentes helicoidais, usando as normas ISO 6336-3 (2006) e ANSI/AGMA 2101-D04 (2016), testes empíricos usando extensômetro e programas de FEA.

Um dos resultados desse trabalho foi a comprovação que ambas engrenagens, de dente reto e helicoidal, possuem a mesma rigidez no engrenamento, mas, afirmam que os dentes helicoidais possuem um engrenamento com variação mais gradual, o que conseqüentemente faz que sejam mais suaves do que um de dentes retos. Além disso, nesse estudo também comprovou-se que um dente quando possui alívio (remoção de material), no adendo do dente da engrenagem, produz um engrenamento ainda mais suave (Marques et al., 2017).

Já no trabalho de (Wen et al., 2018), é analisado o cordão raiz do dente de uma engrenagem cilíndrica reta, usando também as normas: ISO 6336-3 (2006), ANSI/AGMA 2102-D04 (2016), extensômetro e programas de FEA. Nesse trabalho, destaca-se a facilidade e rapidez de análise do cordão raiz de um dente de engrenagem usando ferramentas de FEA, já que pode ser atualizada constantemente a geometria do elemento em estudo, sem nenhum custo de insumo ou processo de fabricação, mas deve ser levado em conta o tempo de processamento na FEA.

No caso de análise por meio de testes experimentais, além de destacar o uso do extensômetro, apontam o método fotoelástico como uma boa técnica que pode auxiliar na corroboração ou comprovação da eficiência de modelos analíticos e/ou de simulação (Wen et al., 2018). Por outro lado, os autores apontam um ponto negativo no estudo de uma engrenagem quando usados testes experimentais ou de FEA, o custo envolvido em softwares de simulação, processadores de computadores e insumos para testes experimentais. Além disso, o tempo de análise normalmente é maior nestas duas formas de estudo do que a análise analítica. Também nos testes experimentais um ponto negativo é que para poder analisar a engrenagem ela deve ser ampliada, na sua reprodução, para poder coletar dados confiáveis, principalmente do cordão raiz do dente.

Por outro lado, quando comparadas as normas ISO e AGMA, a primeira destaca-se quando usada para análise de engrenagens de dentes helicoidais. Mas, o principal ponto negativo da norma ISO é que no seu cálculo considera-se apenas a carga tangencial, e nesse estudo destaca-se também o uso da norma AGMA por ser menos conservadora e mais fácil de ser usada do que a norma ISO. Nesse trabalho, uma informação importante é que o cordão raiz é o produto do módulo vezes a constante 0,38. Lembrando que, na literatura acadêmica se considera no máximo essa constante de 0,3. Além disso, nesse trabalho comprova-se que a maior número de dentes, a tensão no cordão raiz diminui, e quando o módulo aumenta também é menor a tensão no cordão raiz, visto que o módulo está diretamente relacionado com o tamanho do dente, a maior o módulo maior o tamanho (Wen et al., 2018).

No trabalho de (Wei et al., 2019) é analisada a tensão ao contato num dente de engrenagem com tratamento térmico por cementação, de uma turbina eólica. Nesse artigo, constatou-se que o ponto mais crítico de contato é o flanco do dente que coincide com o diâmetro primitivo. Para dito estudo foi usado o software ABAQUS para FEA e um dos resultados foi a comprovação que com um tratamento térmico aumenta a sua vida útil ao crateramento. A cementação usada para esse estudo possuía uma espessura de 2,2 mm. A superfície desse dente possuía uma dureza Brinell (HB do inglês *Brinell hardness*) de 620. A uma profundidade de 1,5 mm constatou-se

uma dureza HB de 550 e a uma profundidade de 2,2 mm uma dureza HB de 400. Também afirma-se que é na camada de 1,5 mm de profundidade que normalmente inicia-se a fratura do dente quando submetido a mais de 10^7 ciclos.

No trabalho de (Wen et al., 2019), analisa-se o efeito da tensão ao contato quando aplicado um alívio na ponta do adendo do dente da engrenagem. Para esse estudo usou-se a FEA, métodos experimentais (extensômetro), e cálculos analíticos baseados nas normas ISO (6336-2, 2006) e ANSI/AGMA (2101-D04, 2016). Destaca-se que uma das maiores desvantagens encontradas nos seus estudos foi o tempo de processamento e custo computacional, quando aplicado um método de elementos finitos (FEM – do inglês *finite Element Method*), especificamente quando a representação de malhas nas principais regiões a serem analisadas numa engrenagem, (cordão raiz e flanco de contato). Para os testes experimentais relata-se custos elevados com insumos e materiais usados nas amostras e testes, além de não poderem reproduzir fielmente toda uma engrenagem na sua escala natural (real). Dessa forma, recomendam o uso de análise analítica baseados nas normas ISO ou AGMA.

Quanto aos principais modos de falha considerados numa engrenagem de transmissão, a fratura no cordão raiz e o crateramento na superfície de contato do dente são os mais frequentes e críticos, e é por esses motivos que todos os estudos desse elemento de transmissão focam-se nessas características geométricas. Assim, uma forma prática de diminuir a tensão do cordão raiz é aumentando o número de dentes, e para diminuir a tensão ao contato é garantindo a qualidade do processo de fabricação, oferecendo padrão no passo e forma geométrica de dentes, e no seu acabamento superficial (Zhan et al., 2015).

Outras conclusões do trabalho de (Zhan et al., 2015) foram que para a análise usando testes experimentais, como o extensômetro, a engrenagem precisa ser aumentada na sua escada de tamanho para poder ser analisada. Para usar o FEM, a representação de apenas 3 dentes é indicada como recomendada, dessa forma garante-se uma análise precisa e evita longos processamentos computacionais. Já no uso de modelos analíticos destaca-se a norma ANSI/AGMA 2101-D04 (2016), principalmente no uso da análise de tensão ao contato. Nesse trabalho demonstrou-se que o alívio na ponta do adendo do dente diminui a tensão de contato, mas ressalta-se que se esse alívio não for calculado, (podendo ser grande demais), pode aumentar a tensão de flexão no cordão raiz do dente, o que pode diminuir a vida útil do elemento.

No trabalho de (Maper et al., 2019) também realizam-se estudos na inclusão de alívio na ponta do adendo. Nos testes realizados por esses pesquisadores considera-se a criação de duas formas de remoção da ponta do adendo: i) criar um chanfro na ponta do adendo, ou seja, uma remoção linear de alívio, e ii) a criação de uma remoção côncava na ponta do adendo. Para seus estudos foram usadas a norma ANSI/AGMA 2101-D04 (2016) e o FEM com o software ANSYS, modelando apenas 3 dentes da engrenagem.

Um dos principais resultados constatados foi que para cargas relativamente elevadas, o dente com alívio apresenta um engrenamento mais suave quando comparado a um dente sem nenhum tipo de alívio na ponta do adendo. Ambas remoções (linear e parabólica) diminuem, aproximadamente, em 4,5% a tensão ao contato e 2% a tensão à flexão (Maper et al., 2019).

Em outros estudos usando a análise analítica das normas ISO 6336 e ANSI/AGMA 2101, conclui-se, também, que a norma ISO é mais conservadora e mais complexa no seu uso quando comparada com a norma AGMA (Octrue et al., 2015).

Para um FEM, comprova-se também que uma boa análise é representando apenas 3 dentes de uma engrenagem. E, considerando que em um par de engrenagens o ângulo 0° é o início de rotação do engrenamento e, entre $2,7^\circ$ a $27,4^\circ$ de rotação da engrenagem é onde se apresentam as tensões de contato, podendo concluir também que a 15° de rotação da engrenagem é quando há maior contato no diâmetro primitivo. Além disso, demonstrou-se que entre a coroa e o pinhão, o pinhão é a engrenagem que sofre maior tensão ao contato (Hwang et al., 2013).

No trabalho de (Geren & Uzay, 2016), também destaca-se que uma das principais causas de falha na indústria é a fratura no cordão raiz da engrenagem. E para tal, afirma-se que a melhor forma de analisar uma engrenagem cilíndrica de dentes retos é usando um cálculo analítico das normas ISO 6336 ou ANSI/AGMA 2101.

Pode-se concluir que a análise analítica usando a norma ANSI/AGMA (2101-D04, 2016) é a mais recomendada para reproduzir o funcionamento real de uma engrenagem, além de ser mais fácil na sua aplicação. E, podem ser feitas comparações dos seus resultados analisados com FEM, destacando-se o software ANSYS, tendo uma grande capacidade para FEA, mas, uma limitação é o tempo de modelagem 3D do elemento. Para tal, o programa de modelagem 3D Solid Edge pode ser usado para essa finalidade inicial, visto que já vem sendo usada, com sucesso, para essa função em alguns trabalhos relacionados à representação de engrenagens (Patil & Kumar, 2017)(Kumar & Patil, 2017)(Goanta & Dumitrache, 2017)(Pu et al., 2019).

Além disso, o programa Solid Edge possui uma plataforma que realiza o cálculo analítico de tensão à flexão e ao contato para uma engrenagem cilíndrica de dentes retos e helicoidais, usando a norma ISO 6336. Dessa forma, podem ser gerados e comparados os resultados do Solid Edge com os realizados quando usando a norma ANSI/AGMA 2101-D04 (2016). Porém, é muito importante destacar que as publicações estudadas para este trabalho, consideram a norma ISO 6336 versão 2006, para contato (parte 3) e para flexão (parte 2). Atualmente a norma ISO tanto para tensão à flexão e ao contato, de uma engrenagem cilíndrica, já publicou uma nova versão em 2019, mas a mesma não consta nas últimas pesquisas levantadas no estado da arte e nem foi possível a sua aquisição para este trabalho.

Em função do autor ser membro acadêmico da norma AGMA e ter acesso à norma na sua íntegra, no presente trabalho, será detalhada a norma ANSI/AGMA (2101-D04, 2016) para uma análise analítica que avalie a resistência à flexão e ao crateramento de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos e helicoidais, seguido de um estudo de caso para posteriormente modelar essa engrenagem no Solid Edge e realizar uma comparação crítica entre ambos resultados. Futuros trabalhos pretendem realizar essa comparação com o software ANSYS.

2 Fundamentação Teórica

Neste capítulo é realizado o detalhamento da norma AGMA (2101-D04, 2016) para encontrar a tensão à flexão, tensão ao contato e seus respectivos fatores de segurança. Inicialmente serão apresentados os conceitos aplicáveis a engrenagens cilíndricas de dentes retos e posteriormente será apresentado um item complementar, e específico, para engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais, visto que a grande maioria de equações e variáveis são usadas para ambos tipos de engrenagens.

A maioria dos fatores e variáveis da equação para tensão à flexão, e seu respectivo fator de segurança, são os mesmos para encontrar a tensão ao contato e seu respectivo fator de segurança. Por esse motivo será criado primeiramente um item apresentando a equação geral para a tensão à flexão, depois um item para a equação geral de tensão ao contato, na sequência um item apresentando as variáveis comuns em ambas equações de tensão, e itens apresentando variáveis específicas para cada equação de tensão. Posteriormente será apresentado o fator de segurança para a tensão à flexão, depois o fator de segurança para a tensão ao contato, variáveis comuns nas equações de fator de segurança para cada tensão, variáveis específicas para cada equação de fator de segurança, e finalmente equações específicas para engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais, lembrando que as equações de dentes retos são aplicáveis a dentes helicoidais.

Entendesse que todo o material contido nesse capítulo é usando a norma AGMA, como referencial bibliográfico, fato pelo qual não há necessidade de realizar citações constantes ao longo das próximas páginas deste trabalho. Quando houver algum aporte no detalhamento da modelagem analítica da norma AGMA, que sirva de complemento, tal material será citado.

2.1 Resistência à Flexão

A resistência à flexão nos dentes de uma engrenagem é um fenômeno de fadiga relacionado à resistência à fratura (fissura) na região do cordão raiz do dente da engrenagem.

2.1.1 Tensão à Flexão AGMA, σ_F

Para calcular a tensão à flexão, todas as definições a seguir serão usando a norma ANSI/AGMA (2101-D04, 2016). A Equação 1 é usada para encontrar a tensão à flexão.

$$\sigma_F = \frac{F_t \cdot K_O \cdot K_V \cdot K_S \cdot K_H \cdot K_B}{b \cdot m_n \cdot Y_J} \quad (1)$$

Onde

σ_F é a tensão à flexão, N/mm²;

F_t é a carga tangencial transmitida, N;

K_O é o fator de sobrecarga;

K_V é o fator dinâmico;

K_S é o fator de tamanho;

K_H é o fator de distribuição de carga;

K_B é o fator de espessura de borda;

b é a largura da face da engrenagem mais estreita, mm;

m_n é o módulo métrico normal, mm;

m_t é o módulo métrico transversal, mm;

para engrenagem de dente helicoidal $m_n = m_t \cdot \cos \beta$;

β é o ângulo helicoidal do dente;

Y_J é o fator geométrico para resistência à flexão (inclui o fator de concentração de tensão a fadiga no cordão raiz K_f).

2.2 Resistência ao Crateramento

O objetivo da resistência ao crateramento é avaliar a vida útil da superfície do flanco do dente da engrenagem, frente ao desgaste progressivo que ocorre durante seu engrenamento. As avaliações para resistência ao crateramento são baseadas nas fórmulas desenvolvidas por Hertz para pressão de contato entre duas superfícies curvas, modificadas para o efeito do compartilhamento de carga entre os dentes adjacentes.

2.2.1 Tensão ao contato AGMA, σ_H

Para o cálculo da tensão ao contato deve ser usada a Equação 2.

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{F_t \cdot K_O \cdot K_V \cdot K_S \cdot K_H \cdot Z_R}{D_P \cdot b \cdot Z_I}} \quad (2)$$

Onde

σ_H é a tensão ao contato, N/mm²;

Z_E é o coeficiente de elasticidade, [N/mm²]^{0.5};

F_t é a carga tangencial, N;

K_O é o fator de sobrecarga;

K_V é o fator dinâmico;

K_S é o fator de tamanho;

K_H é o fator de distribuição de carga;

Z_R é o fator de condição de superfície;

D_P é o diâmetro primitivo da engrenagem, mm;

b é a largura da face, mm;

Z_I é o fator geométrico para resistência ao crateramento.

Para a largura da face, b , pode ser obtida da multiplicação do módulo com constantes de 6 a 16. Normalmente para a largura da face, uma estimativa inicial é multiplicando o módulo por 12 (Budynas & Nisbett, 2014; Mott, 2013). Os módulos recomendados são apresentados na Figura 1.

Fonte: adaptado de Mott (2013)

Módulo																		
primeira escolha	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25	32	40	50
segunda escolha	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9	11	14	18	22	28	36	45	

Figura 1: Escolha de módulo

2.3 Variáveis comuns tanto para tensão à Flexão e Contato, AGMA

2.4

2.4.1 Carga tangencial, F_t

Na maioria das aplicações de engrenagens, o torque não é constante. Portanto, a carga tangencial transmitida varia. Para obter valores da carga tangencial operacional, o projetista deve usar os valores de potência e velocidade com os quais o dispositivo será acionado. Se a carga tangencial transmitida for uniforme, então a base de cálculo pode ser uma das apresentadas na Equação 3.

$$F_t = \frac{P}{V} = \frac{1000 \cdot T}{r_p} = \frac{6 \cdot 10^4 \cdot P}{\pi \cdot D_p \cdot \omega} \quad (3)$$

Onde

F_t é a carga tangencial, N;

P é a potência transmitida, W;

T é o torque transmitido, N-m;

r_p é o raio primitivo da engrenagem, mm;

ω é a rotação da engrenagem, rpm;

D_p é o diâmetro primitivo da engrenagem, mm;

$$D_p = m \cdot N$$

m é o módulo, mm;

N é a número de dentes;

V é a velocidade linear, m/s;

$$V = \frac{\pi \cdot \omega \cdot D_p}{60000}$$

Além disso, segundo Mott (2013), o mínimo número de dentes considerados para um pinhão é de treze (13) e para que não tenha interferência, a coroa deve ter no máximo dezesseis (16) dentes. Quando o número de dentes do pinhão for dezesseis (17) então a coroa deve ter no máximo mil e trezentos e nove (1309) dentes. Acima de dezoito (18) dentes para o pinhão não há nenhuma limitação, conforme é apresentado na Figura 2.

Fonte: adaptado de Mott (2013)

involuta, ângulo de pressão 20° com profundidade total	
Número de dentes no pinhão	Número de dentes na coroa
18	ilimitado
17	1309
16	101
15	45
14	25
13	16
menos de 13	interferência

Figura 2: Relação de dentes para engrenagens com ângulo de pressão 20°

Quando a carga transmitida não é uniforme, não se deve considerar apenas o pico de carga e seu número previsto de ciclos, também deve ser considerada as cargas intermediárias e seu número de ciclos. Nesses casos, o efeito de fadiga cumulativa do ciclo é considerado na classificação do conjunto de engrenagens. Um método para calcular o efeito das cargas sob essas condições é dado na ISO (6336-6, 2019).

2.4.2 Fator de sobrecarga, K_o

O fator de sobrecarga é destinado a levar em consideração todas as cargas externas aplicadas à transmissão da engrenagem, além da carga tangencial, F_t , para uma determinada aplicação, e.g., a existência de choques (impactos) provenientes do torque de acionamento. O fator de sobrecarga só pode ser estabelecido pelo engenheiro projetista, após uma considerável experiência de campo.

Para um fator de sobrecarga unitário, pode ser considerada a capacidade de sustentar um número limitado de até 200% de ciclos de sobrecarga momentâneos (geralmente até 4 partidas durante 8 horas, com um pico que não excede 1 segundo de duração). Sobrecargas momentâneas mais altas ou mais frequentes devem ser consideradas separadamente.

Ao determinar o fator de sobrecarga, deve-se considerar o fato de que muitos motores de acionamento e máquinas acionadas, individualmente ou em combinação, desenvolvem torques de pico momentâneos sensivelmente maiores do que aquele determinado pela classificação nominal do motor primário ou da máquina acionada. Existem muitas fontes possíveis de sobrecarga que devem ser consideradas. Alguns deles são: torques de partida, velocidades excessivas, variações na operação do sistema e, alterações nas condições de carga do processo.

Para determinar o fator de sobrecarga, num cenário que não há experiência a campo do projetista, pode ser usada a Tabela 1 recomendadas por (Mott, 2013):

Tabela 1: Fator de sobrecarga sugerido

Fonte de alimentação	Tipo de máquina acionada			
	Uniforme	Choque leve	Choque moderado	Choque pesado
Uniforme	1,00	1,25	1,50	1,75
Choque leve	1,20	1,40	1,75	2,25
Choque moderado	1,30	1,70	2,00	2,75

Para encontrar o fator de sobrecarga da Tabela 1, devem ser cruzados os valores das colunas: tipo de máquina acionada, com a linha de: fonte de alimentação. Esses valores podem ser obtidos das Figura 3 e 4.

Máquina acionada	
Uniforme	Geradores contínuos, rebobinadores de papel e filme, mecanismo de computador.
Choque leve	Bombas e ventiladores centrífugos de baixa velocidade, misturadores, transportadores sob carregamento uniforme, bombas de deslocamento positivo, processamento de tiras metálicas.
Choque moderado	Bomba centrífuga de alta velocidade, bomba e compressor alternativo, transportador de carga pesada, betoneira, máquina têxtil, moedor de carne, serras, elevadores de caçamba, escada rolante, elevador de carga, guincho, enrolador de cabo, fresadora.
Choque pesado	Triturador de rocha, acionadores de prensas, perfuradoras, máquinas puncionadeiras, pulverizador, moinho, moinhos martelo, peneira vibratória, tambor rotativo, viradores de vagão, transportador de tora, guilhotina, grua e guindaste, alimentadores alternativos, escavadeiras, compactadores, extrusoras de plástico.

Figura 3: Condição para máquina acionada

Fonte de alimentação	
Uniforme	Motor elétrico, turbina a gás com velocidade constante.
Choque leve	Turbina hidráulica, impulsor de velocidade variável.
Choque moderado	Motor de combustão multi cilindros.

Figura 4: Condição para fonte de alimentação

Fonte: Adaptado de Mott (2013)

2.4.3 Fator dinâmico, K_v

O fator dinâmico, K_v , é responsável pelas cargas dos dentes da engrenagem geradas internamente, que são induzidas pela ação do engrenamento não conjugadas totalmente (não harmônicas). Mesmo que o torque e a velocidade de entrada sejam constantes, pode haver uma vibração significativa das massas das engrenagens e, portanto, haverá forças dinâmicas nos dentes. Essas forças resultam das acelerações relativas entre as engrenagens, pois elas vibram em resposta a uma excitação conhecida como "erro de transmissão". Idealmente, um conjunto de engrenagens teria uma taxa de velocidade uniforme entre a rotação de entrada e saída. O "erro de transmissão" é definido como o desvio do movimento angular relativo uniforme do par de engrenagens, e é influenciado por todos os desvios existentes da forma geométrica do dente da engrenagem em relação ao espaçamento ideal. Assim, o "erro de transmissão" pode ser influenciado por:

- Variações na fabricação da engrenagem, no espaçamento entre dentes (passo), perfil da involuta (tolerância geométrica), e afastamentos (tolerância dimensional).
- Variação de rigidez nos dentes da engrenagem à medida que os dentes passam pelo engrenamento.
- Deflexões elásticas que fogem de uma carga projetada.
- Desbalanceamento dinâmico das engrenagens e/ou eixos.

- Desgaste excessivo, não projetadas, e deformação plástica do perfil do dente da engrenagem.
- Desalinhamento do eixo influenciado pelas cargas e deformações térmicas das engrenagens, dos eixos, mancais, variações de fabricação, ou simplesmente erro de montagem.
- Excitação induzida por fricção entre dentes.

A Figura 5 mostra os fatores dinâmicos que podem ser utilizados na ausência de conhecimento específico das cargas dinâmicas. Devido à natureza aproximada das curvas empíricas e à falta de valores de tolerância medidos no estágio de projeto, as curvas de fator dinâmico devem ser selecionadas com base na experiência dos processos de fabricação e das considerações operacionais de projeto.

Segundo (Mott, 2013), por meio de uma medição tangencial no diâmetro primitivo dos dentes da engrenagem, podem ser obtidas algumas precisões do seu perfil. Assim, quando aceita a 3 medições com um Engrenômetro, pode considerar-se que o Número de nível de precisão (A_v) é de 12 a 10 e pode ser considerado de baixa precisão. Se a medição é aceita em 5 medições, considera-se um A_v de 9 a 6 e pode ser considerado de média precisão. Para 9 medições com sucesso, considera-se um A_v de 5 a 2 e pode ser considerado de alta precisão. Para A_v abaixo de 2, é considerado muito preciso.

Para maiores detalhes da escolha de $A_v = 6$ a $A_v = 12$ consultar a norma ANSI/AGMA (2015-A01, 2002).

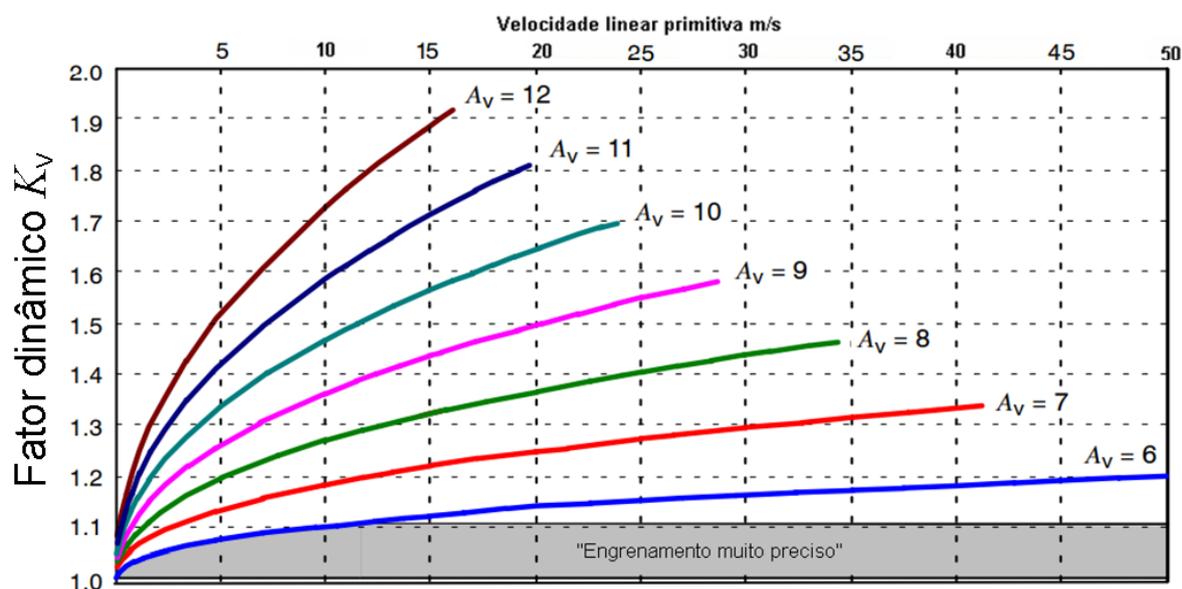


Figura 5: Curvas do número de nível de precisão

Fonte: Adaptado da norma AGMA 2101-D04(2016)

As curvas da Figura 5 cruzadas com a velocidade no ponto primitivo da engrenagem servem para encontrar o fator dinâmico. Segundo (Mott, 2013), sabendo o número de nível de precisão

(A_v), podem ser usadas as equações 4, 5 e 6 para encontrar também o fator dinâmico.

$$K_v = \left[\frac{C}{C + \sqrt{V}} \right]^{-B} \quad (4)$$

$$B = 0,25(A_v - 5,0)^{2/3} \quad (5)$$

$$C = 3,5637 + 3,9914(1,0 - B) \quad (6)$$

Quando a engrenagem é fabricada usando controles de processo que fornecem precisões nos dentes, ou seja, engrenagens muito precisas, ou quando as técnicas de fabricação e de projeto garantem um baixo “erro de transmissão”, podem ser considerados valores de K_v de 1.02 a 1.11, essa escolha depende da experiência do projetista. Para usar esses valores, a engrenagem deve ser mantida em alinhamento preciso e lubrificada adequadamente, para que sua precisão seja mantida ao longo da sua operação.

(Mott, 2013), apresenta alguns equipamentos na Figura 6, que auxilia na rápida seleção do número de nível de precisão, (A_v), segundo a aplicação de operação do conjunto de engrenagens.

Aplicação	A_v	Aplicação	A_v
Acionador do tambor do misturador de cimento	A11	Furadeira de baixa potência	A9
Forno de cimento	A11	Máquina têxtil	A8
Colheitadeira/Selecionador de milho	A10	Máquina de lavar roupas	A8
Guindaste/ Bomba centrífuga	A10	Prensa de impressão	A7
Prensa de esmagamento	A10	Mecanismo de computador	A6
Esteira de mineração	A10	Transmissão de automóveis	A6
Serra industrial	A10	Acionador de antena de radar	A5
Máquina de fabricação de papel	A9	Acionador de propulsor marítimo	A5
Mecanismos do medidos de gás	A9	Acionador de motor de avião	A4
Fresadora	A9	Giroscópio	A2

Figura 6: Aplicação para encontrar o número de nível de precisão

Fonte: Adaptado de Mott (2013)

As curvas podem ser extrapoladas além dos pontos finais mostrados na Figura 5, com base na experiência e na consideração cuidadosa dos fatores que influenciam a carga dinâmica.

Se uma frequência específica da excitação do “erro de transmissão” estiver próxima da frequência natural do sistema de massa-mola da engrenagem, ou algum múltiplo da frequência natural, como 2 ou 3, uma vibração ressonante poderá causar forças dinâmicas elevadas nos dentes devido a grandes deslocamentos relativos das massas da engrenagem. O fator dinâmico, K_v , não leva em consideração a ressonância do par de engrenagens, e a operação nesse regime deve ser evitada.

Além disso, devido à alta resistência à flexão dos eixos das engrenagens, as frequências naturais de vibração lateral dos eixos geralmente são muito mais altas que as velocidades de operação. Para engrenagens de alta velocidade, no entanto, recomenda-se que as velocidades críticas do eixo sejam analisadas para garantir que elas sejam bem removidas da faixa de velocidade operacional. O fator dinâmico, K_v , não considera as cargas dinâmicas dos dentes devido a este modo de vibração.

2.4.4 Fator de tamanho, K_s

O fator de tamanho refere-se à não uniformidade das propriedades do material e depende principalmente de:

- Tamanho do dente
- Diâmetro das partes
- Proporção entre tamanho do dente e diâmetro da peça
- Largura da face
- Proporção da profundidade em relação ao tamanho do dente
- Dureza e tratamento térmico do material

O fator de tamanho pode ser considerado 1,0 para a maioria das engrenagens, desde que seja feita uma escolha adequada de aço para o tamanho da peça e, seu tratamento térmico e processo de endurecimento.

(Budynas & Nisbett, 2014) propõem que para encontrar o fator de tamanho, K_s , pode ser adotado o recíproco do fator de tamanho, k_b , usado na equação de Lewis. Assim, dependendo da largura da face podem ser usada a equação 7 ou 8:

Se a largura da face for de 2,79 a 51 mm, Equação 7.

$$K_s = \frac{1}{1,1833 (b \cdot m \cdot \sqrt{Y})^{-0,0535}} \quad (7)$$

Se a largura da face for de 52 a 254 mm, Equação 8.

$$K_s = \frac{1}{1,4098 (b \cdot m \cdot \sqrt{Y})^{-0,0785}} \quad (8)$$

Para encontrar a constante, Y , que é o fator de forma de Lewis, para engrenagens de aço e ângulo de pressão (ou contato) 20° e profundidade completa, devem ser usados os valores contidos na Figura 7.

Fonte: Adaptado de Budynas e Nisbett (2014)

Segundo (Mott, 2013), caso não se tenha informação do número de dentes, e isso normalmente acontece quando se faz uma estimativa no início do projeto, pode então ser considerado o fator de tamanho em função do módulo usado, conforme apresentado na Figura 8.

Fonte: Adaptado de Mott (2013)

Número de dentes	Y	Número de dentes	Y
12	0,245	28	0,353
13	0,261	30	0,359
14	0,277	34	0,371
15	0,290	38	0,384
16	0,296	43	0,397
17	0,303	50	0,409
18	0,309	60	0,422
19	0,314	75	0,435
20	0,322	100	0,447
21	0,328	150	0,460
22	0,331	300	0,472
24	0,337	400	0,480
26	0,346	Cremalheira	0,485

Figura 7: Valores do fator de forma Y de Lewis para ângulo de pressão 20°

Módulo	K_s
≤ 5	1,00
6	1,05
8	1,15
12	1,25
20	1,40
> 20	1,50

Figura 8: Fator de tamanho segundo o módulo

2.4.5 Fator de distribuição de carga, K_H

O fator de distribuição de carga, modifica a classificação das equações de tensão AGMA para refletir a distribuição não uniforme da carga ao longo da linha de contato (flanco no diâmetro primitivo). A quantidade de não uniformidade da distribuição de carga causada depende das seguintes influências:

- Variação no processo de fabricação das engrenagens;
- Alinhamento, geometria de perfil, espaçamento e desvios nas engrenagens pinhão e coroa;
- Coroamento no dente e/ou alívio no flanco do adendo;
- Variações de montagem das engrenagens;
- Alinhamento dos eixos, na rotação do diâmetro primitivo da engrenagem, influenciados pela folga de precisão de concentricidade dos mancais;
- Deflexões devido a cargas aplicadas;
- Deflexões elásticas no dente da engrenagem;
- Deflexões elásticas do corpo da engrenagem;

- Deflexões elásticas do eixo, mancais de rolamento ou de deslizamento e estrutura que suportam as engrenagens;
- Distorções devido a efeitos centrífugos;
- Expansão térmica e distorção das engrenagens devido a gradientes de temperatura;
- Gradientes de temperatura no mancal causando eixos não paralelos;
- Distorção centrífuga das engrenagens devido a altas velocidades.

O fator de distribuição de carga da face do dente é responsável pela distribuição não uniforme da força ao longo do flanco. A magnitude do fator de distribuição da carga da face é definida como a intensidade do pico de carga dividida pela intensidade média da carga em toda a largura da face.

Quando a engrenagem está em balanço, deve-se considerar a deflexão do eixo e as folgas dos mancais. No entanto, em sistemas que a engrenagem não está em balanço, o eixo e mancais devem estar rígidos o suficiente para suportar os momentos de flexão causados pelas forças do engrenamento. Além disso, deve-se seguir as folgas recomendadas pelos fabricantes de mancais, já que as folgas excessivas afetam o contato da engrenagem tão igual como uma montagem errada das engrenagens. Por outro lado, a engrenagem com um deslocamento mais próximo a um dos mancais pode também agravar a deflexão não desejada, e esse efeito é tratado pelo fator de carga de deflexão (K_{Hpm}).

Para projetos de engrenagens relativamente rígidos com engrenagens montadas entre rolamentos (engrenagem não suspensa) e relativamente livres de fatores externos que causem deflexões não projetadas, a Equação 9 pode ser usado:

$$K_H = 1.0 + K_{Hmc} (K_{Hpf} \cdot K_{Hpm} + K_{Hma} \cdot K_{He}) \quad (9)$$

Onde

K_{Hmc} é o fator de formato da face do dente;

K_{Hpf} é o fator de proporção do pinhão;

K_{Hpm} é o fator de carga de deflexão;

K_{Hma} é o fator de alinhamento de engrenamento;

K_{He} é o fator de ajuste.

O fator de formato da face do dente, K_{Hmc} , modifica a intensidade de carga máxima quando é aplicado coroamento ou alívio na ponta do adendo. A norma AGMA, considera apenas o impacto do coroamento, para o cálculo de alívio na ponta do adendo podem ser consultados pesquisas específicas sobre esse assunto (Maper et al., 2019; Wen et al., 2019; Zhan et al., 2015).

Para entender o formato de uma engrenagem com coroamento no dente e assumir o valores para K_{Hmc} , deve ser considerada a Figura 9.

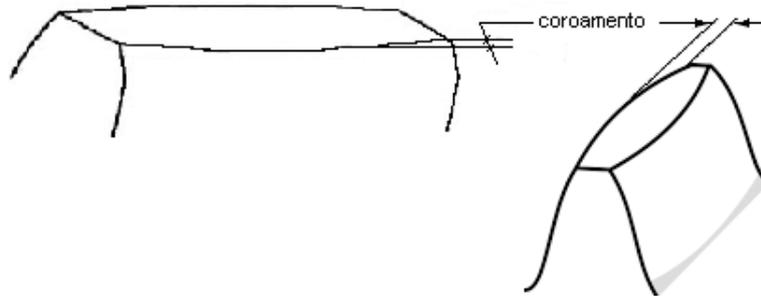


Figura 9: Coroamento e valores para o fator de formato da face do dente

$$K_{Hmc} \begin{cases} 1.0 & \text{para dente sem coroamento} \\ 0.8 & \text{para dente coroadado ou com correção de desvio} \end{cases}$$

Fonte: Adaptado de AGMA 2101-D04 (2016)

O dente coroadado pode ajudar a concentrar a carga em direção do centro do dente, mitigando ruído e vibração. Mas a coroação excessiva pode aumentar a tensão por contato numa região pontual e ocasionar falhas que afetam a vida útil remanescente do sistema (Nuñez & Borsato, 2017; Nuñez & Borsato, 2018).

O fator de proporção do pinhão, K_{Hpf} , responde à deflexões no dente devido à carga. Essa deflexão é normalmente mais elevada para grandes larguras na face do dente. O K_{Hpf} pode ser encontrado com a relação da largura da face, b , e o diâmetro primitivo, D_p , apresentada a seguir.

$$K_{Hpf} \begin{cases} \text{Se } b \leq 25 \text{ mm,} & \text{então } \frac{b}{10 \cdot D_p} - 0,025 \\ \text{Se } 25 < b \leq 432 \text{ mm,} & \text{então } \frac{b}{10 \cdot D_p} - 0,0375 + 0,000492 \cdot b \\ \text{Se } 432 < b \leq 1\,020, & \text{então } \frac{b}{10 \cdot D_p} - 0,1109 + 0,000815 \cdot b - 0,000000353 \cdot b^2 \end{cases}$$

Para valores de $\frac{b}{10 \cdot D_p}$ inferiores a 0,05, assumo o K_{Hpf} igual a 0,05.

Também, pode ser encontrado o K_{Hpf} considerando as curvas da Figura 10, para tal deve ser cruzado o valor da largura da face, b ,

com a relação b/D_p :

Fonte: Adaptado de AGMA 2101-D04 (2016)

O fator de carga de flexão K_{Hpm} altera o K_{Hpf} , com base na localização do pinhão ao longo do eixo de transmissão, especificamente a posição da engrenagem entre os dois mancais de apoio, conforme representado na Figura 11.

Fonte: Adaptado de ANSI/AGMA 2101-D04 (2016)

Dependendo se a posição da engrenagem em relação aos dois mancais de apoio for maior ou menor de 17,5%, pode ser assumido o valor para K_{Hpm} , conforme:

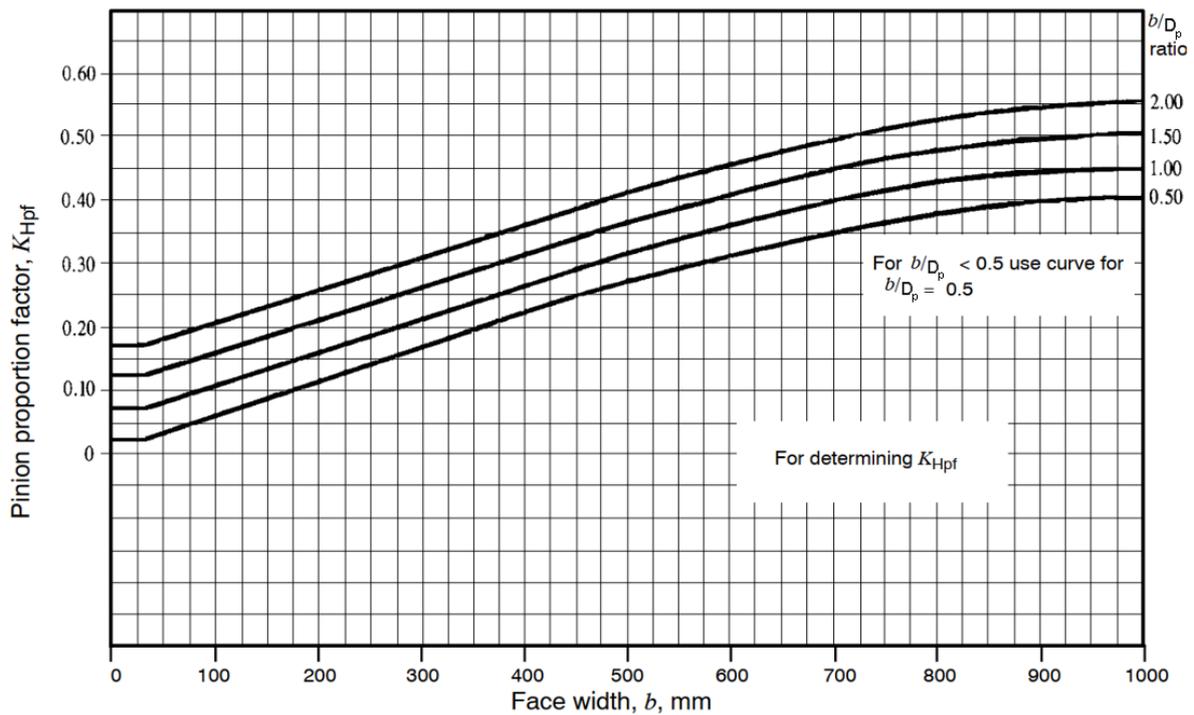


Figura 10: Curvas para encontrar o fator de proporção do pinhão

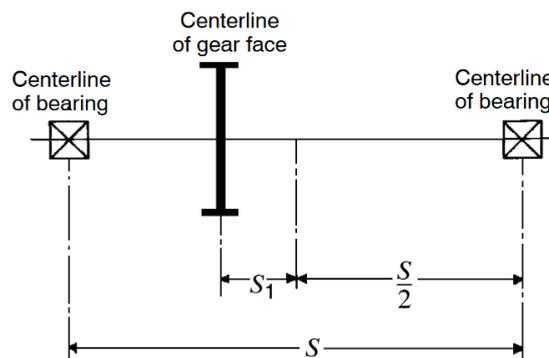


Figura 11: Posição da engrenagem no eixo de transmissão

$$K_{Hpm} \begin{cases} 1.0 \text{ para pinhao montado com } \left(\frac{S_1}{S}\right) < 0.175 \\ 1.1 \text{ para pinhao montado com } \left(\frac{S_1}{S}\right) \geq 0.175 \end{cases}$$

Onde

S_1 : é o deslocamento do pinhão; isto é, a distância em relação ao centro do vão dos mancais;

S : é o vão entre mancais; ou seja, a extensão entre as linhas de centro dos mancais.

O fator de alinhamento de engrenamento, K_{Hma} , avalia a influência do desalinhamento de um eixo de transmissão e o efeito que este gera na rotação das engrenagens, especificamente no

diâmetro primitivo. Segundo a norma AGMA, para encontrar esse valor pode ser encontrado cruzando a largura da face, b , com uma das 4 curvas que estão relacionadas à rigidez dos mancais, apresentadas na Figura 12.

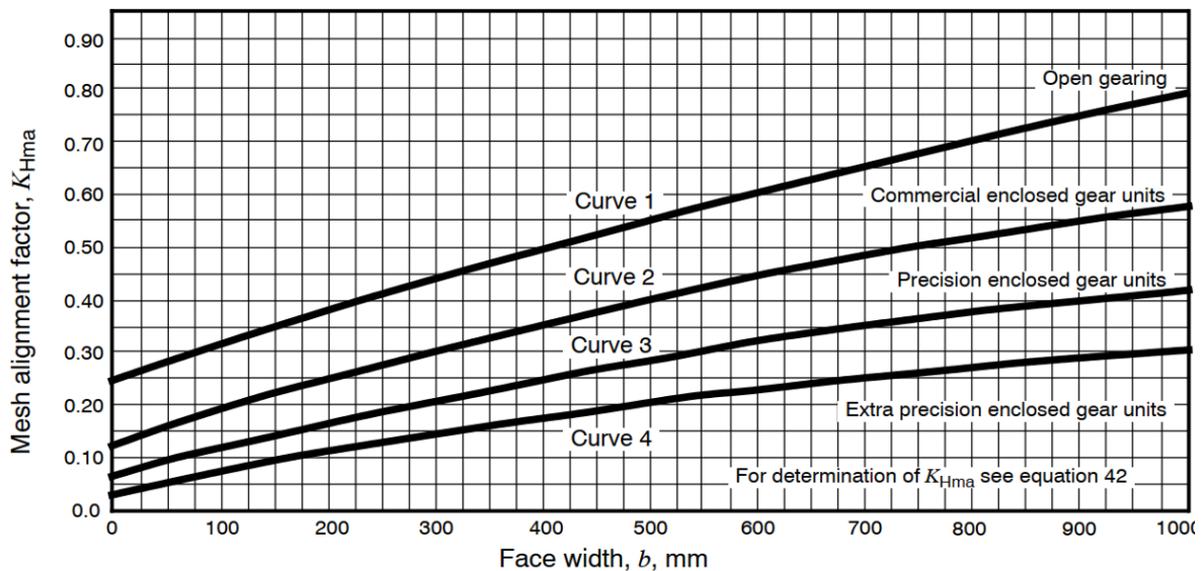


Figura 12: Curvas para o fator de alinhamento de engrenamento

A norma AGMA não consideram que a causa desse desalinhamento seja por deformação elástica. E, outra forma de encontrar o fator de alinhamento é usando a Equação 10. Para atribuir um valor às constantes A , B e C da Equação 10 e encontrar o K_{Hma} , deve-se identificar as características que cada curva representa com base na precisão dos efeitos nas engrenagens e seu consequente desalinhamento.

$$K_{Hma} = A + B(b) + C(b)^2 \quad (10)$$

Segundo (Mott, 2013), cada curva considera o tipo de montagem dos mancais:

- **Curva 1 - Engrenagem aberta:** quando os mancais são montados na estrutura da própria máquina;
- **Curva 2 - Engrenagem fechada industrial/comercial:** os mancais são montados numa estrutura especial, proporcionando uma melhor rigidez;
- **Curva 3 - Engrenagem fechada de precisão:** mancais montados numa estrutura especial e com tolerâncias dimensionais precisas;
- **Curva 4 - Engrenagem fechada de alta precisão:** os mancais montados possuem uma tolerância dimensional minuciosa, normalmente há ajustes na montagem para conseguir um alinhamento muito preciso no engrenamento.

Os valores a serem considerados nas constantes A , B e C são apresentada na Figura 13.

O fator de ajuste, K_{He} , é usado para modificar o fator de alinhamento de engrenamento. Os

Curve		A	B	C
Curve 1	Engrenagem aberta	2.47×10^{-1}	0.657×10^{-3}	-1.186×10^{-7}
Curve 2	Engrenagem fechada industrial/comercial	1.27×10^{-1}	0.622×10^{-3}	-1.69×10^{-7}
Curve 3	Engrenagem fechada de precisão	0.675×10^{-1}	0.504×10^{-3}	-1.44×10^{-7}
Curve 4	Engrenagem fechada de alta precisão	0.380×10^{-1}	0.402×10^{-3}	-1.27×10^{-7}

Figura 13: Valores das constantes do fator de alinhamento

seguintes valores são sugeridos para o fator de correção do alinhamento d

$$K_{He} \begin{cases} 0.8 & \text{quando a engrenagem e ajustada na montagem} \\ 0.8 & \text{quando a compatibilidade da engrenagem e melhorada lapidando} \\ 1.0 & \text{para todos os outros casos} \end{cases}$$

2.5 Fatores específicos para tensão à Flexão AGMA

2.6

2.6.1 Fator de espessura de borda, K_B

Quando a espessura da borda não é suficiente para fornecer um suporte total ao cordão raiz do dente, o local de falha por fadiga à flexão pode ser na borda da engrenagem, e não no filete do cordão raiz. O fator de espessura de borda, K_B , não é suficientemente conservador para tensões com furos na alma (ou nervura) e, rasgos de chaveta ou entalhes no cubo.

O K_B ajusta o valor do cálculo para a tensão à flexão nas engrenagens com borda estreita. Para tal, deve ser encontrada primeiro a relação de espessura da borda abaixo do cordão raiz do dente, m_B , conforme Equação 11.

$$m_B = \frac{t_R}{h_t} \quad (11)$$

Onde

t_R é a espessura da borda abaixo da raiz do dente, mm;

h_t é altura total do dente, mm;

$h_t = m_n + (1,25 \cdot m_n)$ para dente com profundidade completa.

Dependendo do valor obtido, se for maior ou igual a 1,2 o fator de borda sempre será 1,0. Se o valor obtido for menor do que 1,2 deve ser usada a equação contida na Figura 14.

Fonte: Adaptado de Mott (2013)

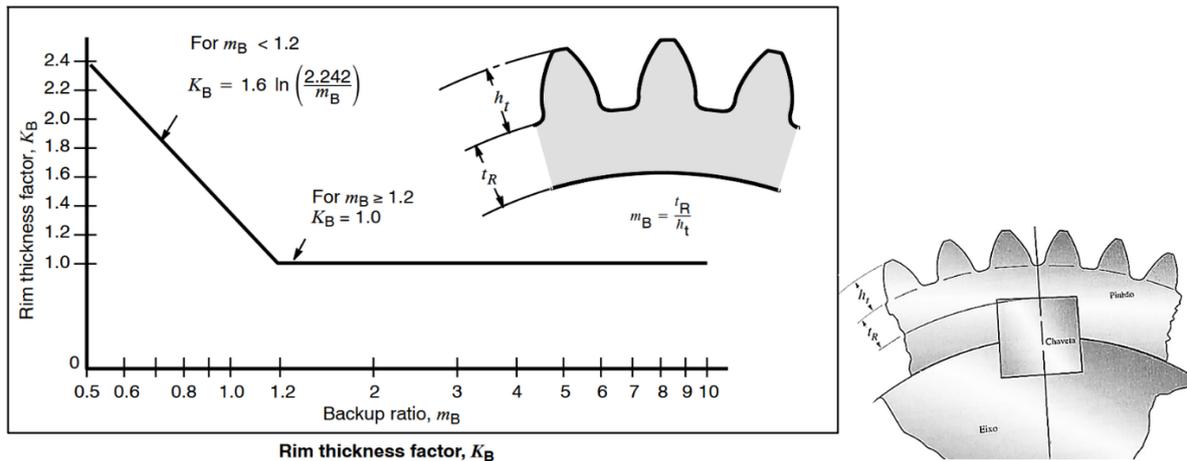


Figura 14: Características do fator de borda

2.6.2 Fator de geometria, Y_J

O fator de geometria avalia o raio do cordão raiz da involuta do dente, e leva em consideração o fator de forma de Lewis modificado e a sua distribuição da carga.

O fator de geometria é determinado pela norma AGMA 908 - B89 confirmada em 2020, além disso, estudos recentes também confirmam a aplicabilidade da norma AGMA para encontrar o fator geométrico (Frechilla et al., 2016).

A AGMA inclui tabelas para algumas formas comuns de dentes e o método analítico para involuta de engrenagens com cordão de raiz gerados. O fator de geometria, Y_J , é um valor sem dimensão, e leva em consideração os efeitos de:

- Forma do dente;
- Pior posição de carga;
- Concentração de tensão;

Nesse fator de geometria estão incluídas as cargas no dente tanto no componente tangencial como no componente radial. Esta análise se aplica apenas a engrenagens externas.

Uma forma rápida de encontrar o Y_J , para engrenagens de dentes retos, é usando a Figura 15 que considera um cordão raiz produto da multiplicação do módulo vezes a constante 0,35. O gráfico deve ser usado apenas para engrenagem com ângulo de pressão (ou contato) igual a 20° (Budynas & Nisbett, 2014; Mott, 2013; Juvinall & Marshek, 2011).

O fator geométrico para engrenagens helicoidais pode ser encontrado para ângulo de pressão (contato) normal de 15° , 20° , 22° , 25° , com ângulo de hélice (β) de: 10° , 15° , 20° , 25° e 30° respectivamente para cada ângulo de pressão.

A seguir é apresentado, na Figura 16, apenas o gráfico para ângulo de pressão 20° e número de dentes do pinhão de 20, 30, 60, 150 e 500. Para outros ângulos de pressão deve ser consultada a norma AGMA 908-B98.

Fonte: Adaptado de Budynas e Nisbett (2014)

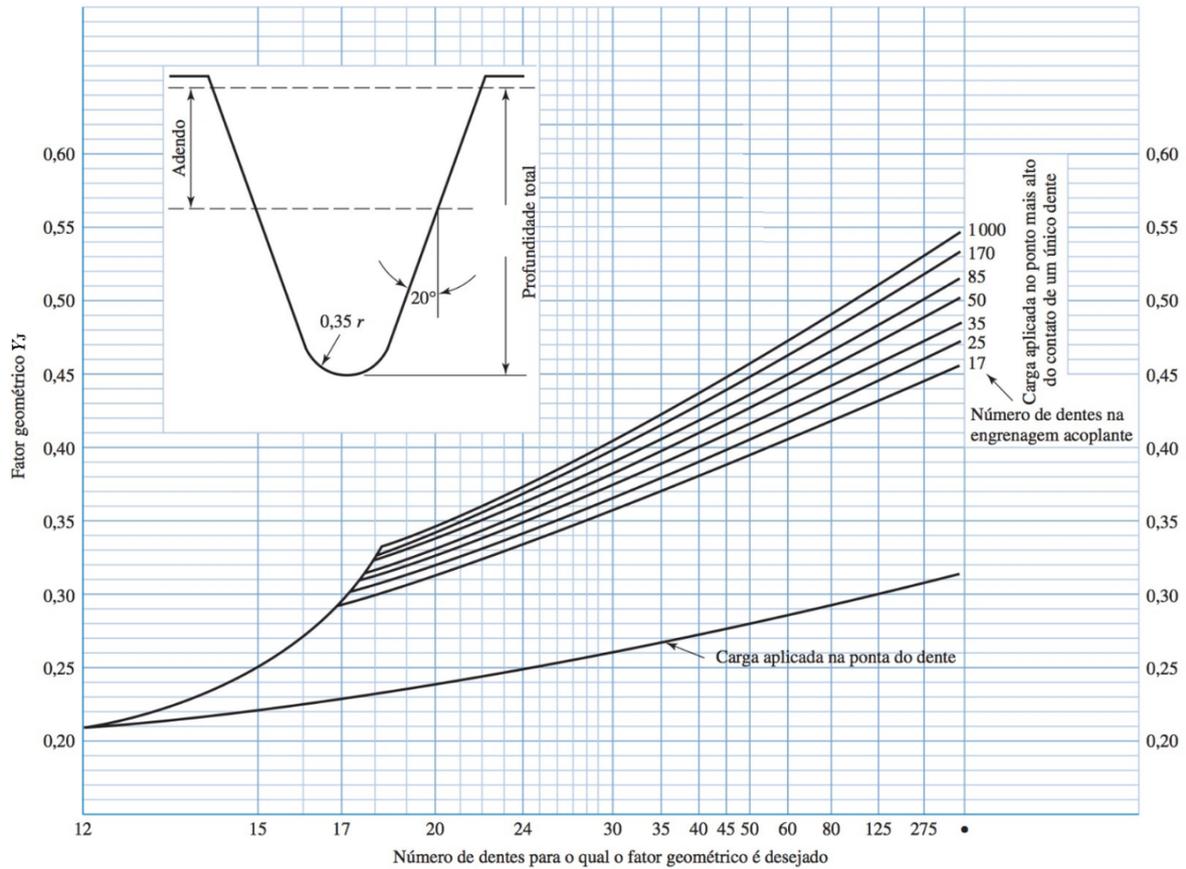


Figura 15: Fator geométrico para engrenagem com ângulo de pressão 20°

2.7 Fatores específicos para tensão ao Contato AGMA

2.7.1 Coeficiente de elasticidade, Z_E

Para o cálculo da tensão ao contato, primeiro encontra-se o coeficiente de elasticidade, e para tal deve ser usada a Equação 12.

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[\left(\frac{1-v_1^2}{E_1} \right) + \left(\frac{1-v_2^2}{E_2} \right) \right]}} \quad (12)$$

Z_E é o coeficiente de elasticidade, $\left[\frac{N}{mm^2} \right]^{0,5}$;

v_1 e v_2 é a razão de *Poisson* do pinhão e a coroa, respectivamente;

E_1 e E_2 é o módulo de elasticidade do pinhão e a coroa, respectivamente.

Por exemplo, Z_E é igual a $189,35 \text{ [N/mm}^2\text{]}^{0,5}$, para um pinhão e coroa de aço, se a razão de *Poisson* para ambas é $\nu = 0,3$ e $E = 2,05 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$.

Já para Budynas e Nisbett (2014), o coeficiente de elasticidade pode ser obtido usando a Figura 17.

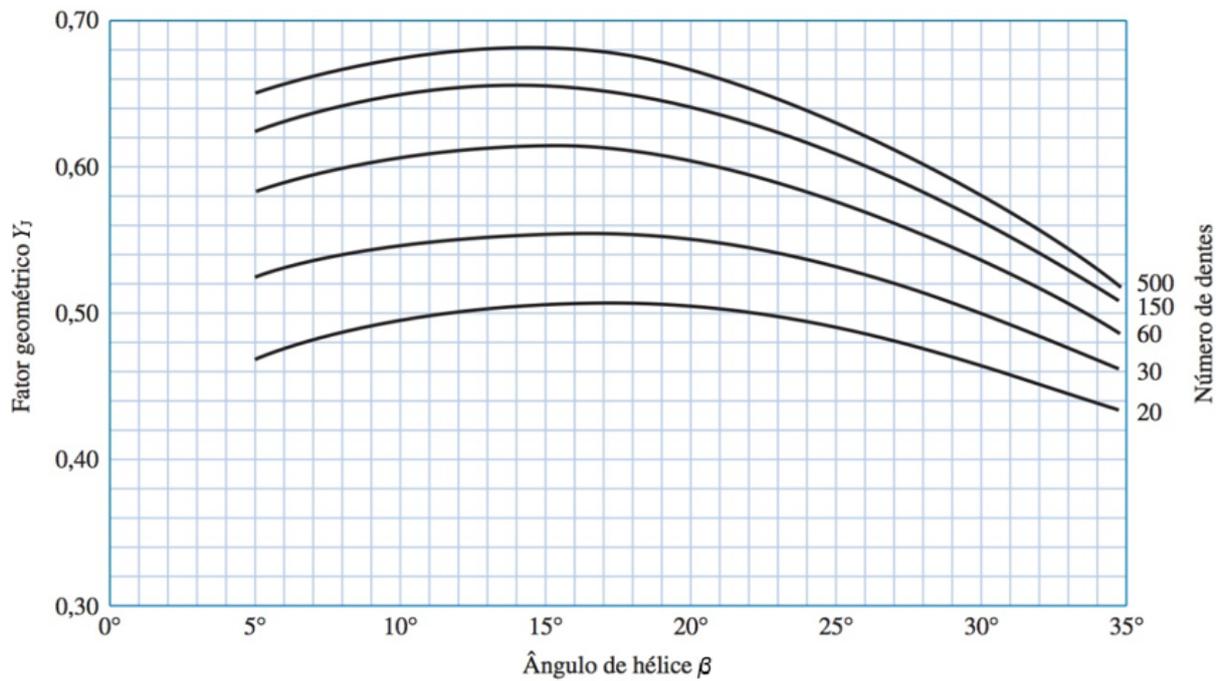


Figura 16: Fator geométrico para engrenagem helicoidal com ângulo de pressão 20°

Material do pinhão	Módulo de elasticidade do pinhão E_p , (MPa)	Material da coroa e módulo de elasticidade E_G , (MPa)					
		Aço (2×10^5)	Ferro maleável ($1,7 \times 10^5$)	Ferro nodular ($1,7 \times 10^5$)	Ferro fundido ($1,5 \times 10^5$)	Bronze alumínio ($1,2 \times 10^5$)	Bronze estanho ($1,1 \times 10^5$)
Aço	(2×10^5)	(191)	(181)	(179)	(174)	(162)	(158)
Ferro maleável	$(1,7 \times 10^5)$	(181)	(174)	(172)	(168)	(158)	(154)
Ferro nodular	$(1,7 \times 10^5)$	(179)	(172)	(170)	(166)	(156)	(152)
Ferro fundido	$(1,5 \times 10^5)$	(174)	(168)	(166)	(163)	(154)	(149)
Bronze alumínio	$(1,2 \times 10^5)$	(162)	(158)	(156)	(154)	(145)	(141)
Bronze estanho	$(1,1 \times 10^5)$	(158)	(154)	(152)	(149)	(141)	(137)

Razão de Poisson = 0,30.

Figura 17: Coeficiente de elasticidade padronizado para alguns materiais

Fontes: Adaptado de Buday e Nisbett (2014)

2.7.2 Fator de condição superficial, Z_R

O fator de condição superficial, Z_R , é usado apenas na fórmula de resistência ao crateramento e depende de:

- Acabamento da superfície de rebarbação, lapidação, retífica, e jateamento por granalha;
- Tensão residual;
- Efeitos de plasticidade (endurecimento).

Os fatores de condição superficial para dentes de engrenagem ainda não foram estabelecidos para casos em que há um efeito de acabamento superficial prejudicial. Nesses casos, algum Z_R maior a 1,0 pode ser usado dependendo da experiência do engenheiro projetista. O Z_R pode

ser tomado como 1,0 desde que a condição de superfície apropriada seja alcançada.

2.7.3 Fator geométrico ao crateramento, Z_I

O fator de geometria, Z_I , avalia os raios de curvatura do perfil do dente em contato, com base na forma da sua involuta. Esses raios são usados para avaliar a tensão de contato de Hertz no flanco do dente. Os efeitos das proporções modificadas dos dentes e do compartilhamento de carga são considerados.

Segundo (Mott, 2013) o fator geométrico para resistência ao crateramento pode ser obtido da Equação 13.

$$Z_I = C_c \cdot C_x \quad (13)$$

Onde

C_c é o fator de curvatura na linha primitiva;

C_x é o fator para ajuste da altura específica do LPSTC (ponto extremo inferior de contato de um dente, abaixo da linha primitiva).

Assim, Z_I pode ser obtido usando as equações 14, 15, 16, 17, 18 e 19.

$$C_c = \frac{\cos\theta \cdot \text{sen}\theta}{2} \cdot \frac{i}{i+1} \quad (14)$$

$$C_x = \frac{(C_1 - C_3 + C_4)(C_2 + C_3 - C_4)}{C_1 \cdot C_2} \quad (15)$$

$$C_1 = \frac{(N_P \cdot \text{sen}\theta)}{2} \quad (16)$$

$$C_2 = C_1 \cdot i \quad (17)$$

$$C_3 = \pi \cdot \cos\theta \quad (18)$$

$$C_4 = 0,5 \left[\sqrt{(N_P + 2)^2 - (N_P \cdot \cos\theta)^2} - \sqrt{N_P^2 - (N_P \cdot \cos\theta)^2} \right] \quad (19)$$

Também, com o número de dentes do pinhão, N_P , pode ser encontrado o fator geométrico de resistência ao crateramento, Z_I , usando o gráfico da Figura 18, (Mott, 2013). Para este fator deve ser considerada a relação de transmissão, i .

Por outro lado, o fator geométrico ao crateramento, Z_I , para dentes helicoidais, pode ser encontrado usando a norma AGMA 908-B98, confirmada em 2020. A seguir são apresentadas as Figuras 19 e 20 para ângulo de pressão normal 20° e ângulo helicoidal de 15° e 30°, respectivamente.

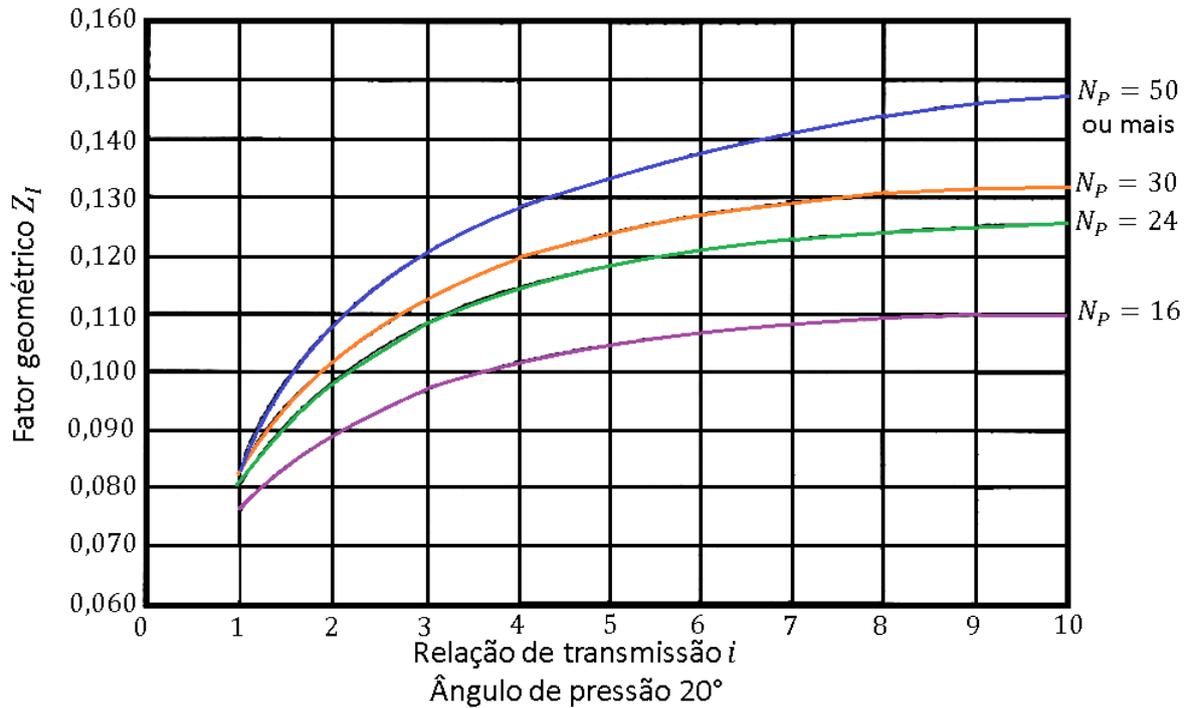


Figura 18: Fator geométrico de resistência ao crateramento para ângulo de pressão 20°

		Número de dentes do pinhão														
		17	18	20	21	22	23	24	25	26	30	35	40	45	50	55
Número de dentes da coroa	17	0,124														
	21	0,139	0,136	0,131	0,128											
	26	0,154	0,151	0,146	0,143	0,141	0,139	0,136	0,134	0,132						
	32	0,168	0,160	0,159	0,158	0,155	0,153	0,151	0,149	0,147						
	35	0,175	0,173	0,168	0,165	0,163	0,161	0,158	0,156	0,154	0,146	0,137				
	48	0,194	0,192	0,187	0,185	0,183	0,181	0,179	0,177	0,175	0,168	0,159				
	52	0,200	0,198	0,193	0,191	0,189	0,188	0,186	0,184	0,182	0,175	0,166				
	54	0,203	0,201	0,196	0,194	0,193	0,191	0,189	0,187	0,185	0,178	0,169				
	55	0,204	0,202	0,198	0,196	0,194	0,192	0,191	0,189	0,187	0,180	0,171	0,164	0,157	0,150	0,143
	60	0,207	0,205	0,201	0,199	0,197	0,195	0,194	0,192	0,190	0,183	0,175	0,168	0,161	0,154	0,147
	66	0,210	0,208	0,204	0,202	0,201	0,199	0,197	0,196	0,194	0,187	0,179	0,172	0,166	0,159	0,152
	70	0,212	0,210	0,206	0,204	0,203	0,201	0,200	0,198	0,196	0,190	0,182	0,175	0,169	0,162	0,155
	75	0,214	0,212	0,209	0,207	0,206	0,204	0,203	0,201	0,200	0,193	0,186	0,179	0,173	0,166	0,160
	135	0,244	0,243	0,242	0,241	0,240	0,239	0,239	0,238	0,237	0,233	0,229	0,224	0,219	0,214	0,209

Figura 19: Fator geométrico de resistência ao crateramento para ângulo de pressão normal 20° e adendo padrão e ângulo helicoidal 15°

2.8 Fator de segurança AGMA à flexão, S_F

Para o fator de segurança AGMA à flexão recomenda-se que esse valor esteja no intervalo de 1 a 1,5 (Mott, 2013). A Equação 20 serve para encontrar esse fator de segurança que garante uma resistência à flexão de projeto, lembrando que a tensão à flexão, σ_F , já foi abordada.

$$S_F = \frac{\sigma_{FP}}{\sigma_F} \cdot \frac{Y_N}{Y_\theta \cdot Y_Z} \quad (20)$$

Onde

S_F é o fator de segurança AGMA à flexão;

		Número de dentes do pinhão															
		14	17	18	20	21	22	23	24	25	26	30	35	40	45	50	55
Número de dentes da coroa	14	0,125															
	17	0,139	0,128														
	21	0,154	0,144	0,141	0,135	0,132											
	26	0,169	0,159	0,156	0,151	0,148											
	32	0,182	0,173	0,170	0,165	0,163											
	35	0,189	0,180	0,178	0,173	0,170	0,168	0,166	0,163	0,161	0,159	0,150	0,139				
	48	0,206	0,198	0,196	0,192	0,190	0,188	0,186	0,184	0,182	0,180	0,172	0,162				
	52	0,211	0,204	0,202	0,198	0,196	0,194	0,192	0,190	0,188	0,186	0,178	0,169				
	54	0,214	0,207	0,205	0,201	0,199	0,197	0,195	0,193	0,191	0,189	0,181	0,172				
	55	0,215	0,208	0,206	0,202	0,200	0,198	0,196	0,194	0,193	0,191	0,183	0,174	0,167	0,160	0,152	0,145
	60	0,217	0,211	0,209	0,205	0,203	0,201	0,199	0,197	0,196	0,194	0,187	0,178	0,171	0,164	0,156	0,149
	66	0,220	0,214	0,212	0,208	0,206	0,204	0,202	0,200	0,199	0,197	0,190	0,182	0,175	0,168	0,161	0,154
	70	0,222	0,216	0,214	0,210	0,208	0,206	0,204	0,203	0,201	0,199	0,193	0,185	0,178	0,171	0,164	0,157
	75	0,224	0,218	0,216	0,212	0,210	0,208	0,207	0,205	0,204	0,202	0,196	0,188	0,181	0,175	0,168	0,161
	135	0,250	0,248	0,246	0,242	0,240	0,239	0,239	0,238	0,237	0,237	0,234	0,231	0,226	0,221	0,215	0,210

Figura 20: Fator geométrico de resistência ao crateramento para ângulo de pressão normal 20° e adendo padrão e ângulo helicoidal 30°

σ_{FP} é o número de tensão à flexão permitida AGMA, $\frac{N}{mm^2}$;

σ_F é a tensão à flexão AGMA, $\frac{N}{mm^2}$.

Y_N é o fator de ciclagem para resistência à flexão;

Y_Z é o fator de confiabilidade;

Y_θ é o fator de temperatura.

Cabe destacar que o σ_{FP} não tem relação com a resistência ao escoamento do material, S_y , resistência última a tração, S_{ut} , ou resistência de limite a fadiga do material S_e' ou S_e . Deve ser usado apenas para fator de segurança AGMA.

2.9 Fator de segurança AGMA ao contato, S_H

Para o fator de segurança AGMA ao contato, também recomenda-se que esse valor esteja no intervalo de 1 a 1,5 (Mott, 2013). A Equação 21 serve para encontrar esse fator de segurança que garante uma resistência ao crateramento de projeto, lembrando que a tensão ao contato, σ_H , já foi abordada.

$$S_H = \frac{Z_N \cdot Z_W}{Y_\theta \cdot Y_Z} \cdot \frac{\sigma_{HP}}{\sigma_H} \quad (21)$$

Onde

S_H é o fator de segurança AGMA ao contato;

σ_{HP} é o número tensão ao contato permitido AGMA, $\frac{N}{mm^2}$;

σ_H é a tensão ao contato AGMA, $\frac{N}{mm^2}$;

Z_N é o fator do ciclagem de tensão para resistência ao crateramento;

Z_W é o fator de razão de dureza para resistência ao crateramento;

Y_θ é o fator de temperatura;

Y_Z é o fator de confiabilidade.

O σ_{HP} não tem relação com a resistência ao escoamento, S_y , resistência última, S_{ut} , ou resistência ao limite de fadiga, S_e . Deve ser usado apenas para fator de segurança em engrenagens.

2.10 Constantes comuns para fator de segurança à Flexão e ao Contato, AGMA

2.10.1 Fator de confiabilidade, Y_Z

O fator de confiabilidade é responsável pelo efeito da distribuição estatística normal das falhas encontradas nos testes de materiais usados para engrenagens. Os números de tensão permitidos apresentados na norma são baseados na probabilidade estatística de 01 falha em 100 a 10^7 de ciclos. A Figura 21 contém fatores de confiabilidade que podem ser usados para modificar as tensões permitidas para alterar sua probabilidade. Esses números são baseados em dados desenvolvidos pela Marinha dos EUA.

Requisitos de aplicação	Y_Z ¹⁾
Menos de uma falha em 10 000	1,50
Menos de uma falha em 1000	1,25
Menos de uma falha em 100	1,00
Menos de uma falha em 10	0,85 ²⁾
Menos de uma falha em 2	0,70 ^{2) 3)}

Figura 21: Fator de confiabilidade pelo número de falhas

Nota:

- 1) às vezes, a quebra por flexão, no dente, é considerada um risco maior do que por crateramento. Nesses casos, um valor maior de Y_Z é selecionado para flexão.
- 2) nesse valor, pode ocorrer um fluxo plástico ao invés de crateramento.
- 3) fruto da extrapolação dos dados de teste.

Para (Budynas & Nisbett, 2014) o fator de confiabilidade também pode ser obtido conforme apresentado na Figura 22.

2.10.2 2.7.6 Fator de temperatura, Y_θ

O fator de temperatura é geralmente 1,0 quando as próprias engrenagens ou a temperatura de óleo lubrificante opera com temperatura não superiores a 120 °C. Quando as temperaturas de operação é abaixo de 0 °C, deve-se ter cuidado especial.

Quando a temperatura do óleo ou da engrenagem opera acima de 120 °C, é atribuído ao Y_θ um valor maior que 1,0 mas, isso depende da experiência do engenheiro projetista.

$$Y_z = \begin{cases} 0,658 - 0,0759 \ln(1 - R) & 0,5 < R < 0,99 \\ 0,50 - 0,109 \ln(1 - R) & 0,99 \leq R \leq 0,9999 \end{cases}$$

Confiabilidade	(Y_z)
0,9999	1,50
0,999	1,25
0,99	1,00
0,90	0,85
0,50	0,70

Figura 22: Fator de confiabilidade: falhas por fadiga do material

Na análise envolvendo a temperatura de trabalho, deve-se considerar a perda de dureza e consequente resistência ao crateramento, de alguns materiais quando operando a temperaturas acima de 150 ° C.

2.11 Constantes específicas para o fator de segurança à flexão

2.11.1 Fator de ciclagem à flexão para aço

Atualmente, não há dados suficientes para fornecer gráficos precisos de ciclagem de tensão para todos os tipos de engrenagens e suas aplicações. A experiência, no entanto, sugere valores do ciclo de tensão para resistência à flexão de engrenagens de aço, como mostrado na Figuras 23.

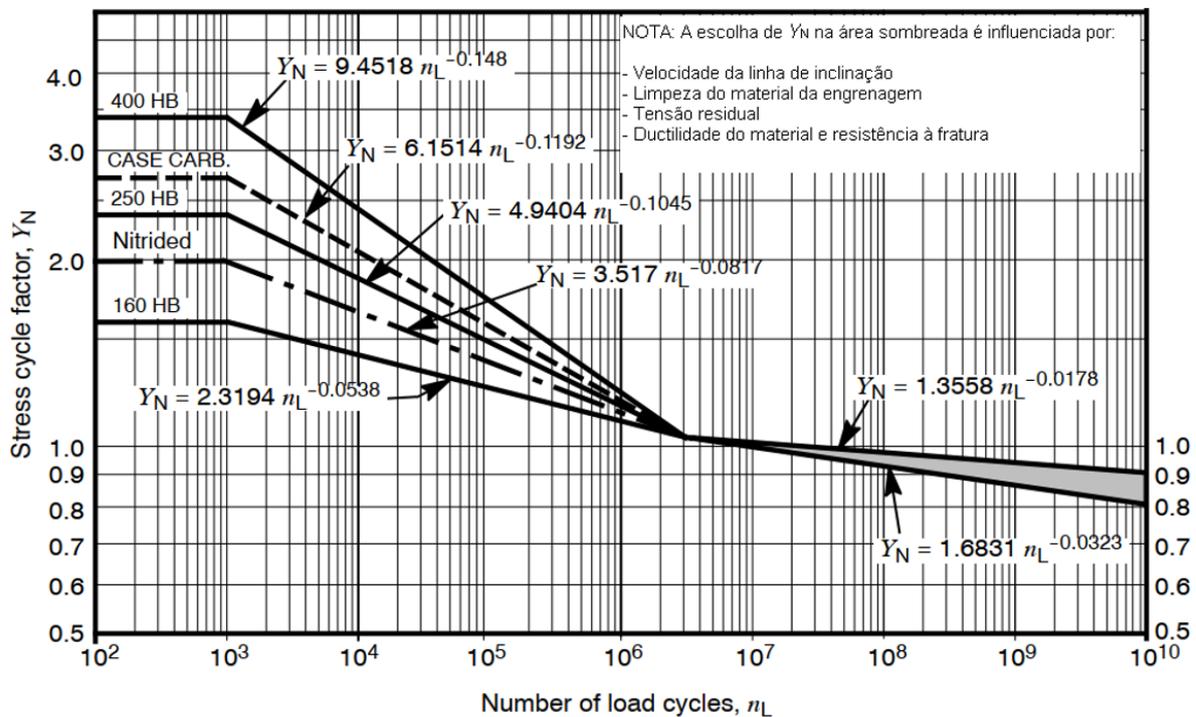


Figura 23: Fator de ciclagem à flexão para aço.

O gráfico da Figura 23 termina em 10^{10} ciclos, devido a dados insuficientes no momento em que foi elaborada a norma, e não deve ser usado para engrenagens de aço inoxidável. A zona sombreada na imagem representa a influência com a velocidade linear, limpeza do material, qualidade no processo de manufatura, ductilidade do material e resistência à fratura.

Segundo (Mott, 2013), o fator de ciclagem para tensão à flexão em engrenagens, pode ser encontrada usando a Equação 22.

$$Y_N = 1,3558 \cdot n_L^{-0,0178} \quad (22)$$

Para encontrar o número de ciclos de tensão deve ser usada a Equação 23.

$$n_L = 60 \cdot L \cdot \omega \cdot q \quad (23)$$

Os valores intermediários de Y_N de 10^3 a 2×10^6 , para durezas de engrenagens, podem ser aproximados determinando primeiro o valor usando a interpolação logarítmica apresentada na Figura 23.

O fator de ciclagem de tensão, Y_N , ajusta o número de tensão à flexão permitido para ciclos de operação requeridos. Para os fins desta norma, n_L , é o número de ciclos de tensão e é definido como o número de contatos de engrenamento, sob carga, do dente da engrenagem sendo analisado. Os números de tensão permitido pela AGMA são estabelecidos para 10^7 ciclos de carga num dente unidirecional com 99% de confiabilidade.

O fator de ciclagem de tensão é responsável pelas características de resistência a cada número de ciclos do material da engrenagem, bem como pelo aumento gradual da tensão no dente, que pode ocorrer devido ao desgaste do dente, resultando em efeitos dinâmicos aumentados e na distribuição de carga variável que pode ocorrer durante o projeto da vida útil da engrenagem.

Ao avaliar as engrenagens, é importante saber quantos ciclos de tensão experimentam durante a vida útil prevista do equipamento. Algumas máquinas funcionam 24 horas por dia e operam por vinte ou mais anos. Outras máquinas possuem engrenagens que possuem um ciclo de tensão equivalente a algumas horas. O projetista de equipamentos deve projetar o número de ciclos de tensão que são apropriados para cada aplicação.

2.11.2 Número de tensão à flexão permitida, σ_{FP}

O número de tensão permitido para flexão, σ_{FP} , varia de acordo com a composição do material, limpeza no processo de manufatura, tensão residual, microestrutura, qualidade do processo e tratamento térmico. Sendo assim, os valores mais baixos devem ser usados para fins gerais de projeto.

Os números de tensão permitidos para aço, da norma AGMA, podem ser encontrados na Figura 24 e são determinados ou estimados a partir de testes experimentais e experiências de campo acumuladas. Esses valores são baseados no fator de sobrecarga de 10 milhões de ciclos de tensão (10^7), carga unidirecional e confiabilidade nos testes de 99%. O σ_{FP} é ajustado pelo fator de ciclagem de tensão Y_N .

Número de tensão à flexão permitida para aço

Material designation	Heat treatment	Minimum surface hardness ¹⁾	Allowable bending stress number ²⁾ , σ_{FP} N/mm ²		
			Grade 1	Grade 2	Grade 3
Steel ³⁾	Through hardened	see figure ⁸⁾	see figure ⁹⁾	see figure ⁸⁾	--
	Flame ⁴⁾ or induction hardened ⁴⁾ with type A pattern ⁵⁾	see ANSI/AGMA 2101-D04	310	380	--
	Flame ⁴⁾ or induction hardened ⁴⁾ with type B pattern ⁵⁾	see ANSI/AGMA 2101-D04	150	150	--
	Carburized & hardened ⁴⁾	see ANSI/AGMA 2101-D04	380	450 or 485 ⁶⁾	515
	Nitrided ⁴⁾ ⁷⁾ (through hardened steels)	83.5 HR15N	see figure	see figure ⁹⁾	--
Nitralloy 135M, Nitralloy N, and 2.5% Chrome (no aluminum)	Nitrided ⁴⁾ ⁷⁾	87.5 HR15N	see figure ¹⁰⁾	see figure ¹⁰⁾	see figure ¹⁰⁾

Figura 24: Número de tensão permitido para aço.

NOTAS da Figura 24:

- 1) Dureza equivalente no diâmetro raiz, no centro do espaço dos dentes e da largura da face.
- 2) Veja a norma AGMA 2101-D04 para os principais fatores metalúrgicos de cada grau de tensão.
- 3) O aço escolhido deve ser compatível com o processo de tratamento térmico selecionado e a dureza requerida.
- 4) O número de tensão permitido indicado pode ser usado com as profundidades de tempera prescritas na norma AGMA 2101-D04.
- 5) Veja a Figura 35 para os padrões de dureza do tipo A e tipo B.
- 6) Se a bainita e a microfissura estiverem limitadas aos níveis de Grau 3, pode ser usado 485 N/mm².
- 7) A capacidade de sobrecarga das engrenagens nitretadas é baixa. Como a forma da curva S - N efetiva é plana, a sensibilidade ao choque deve ser investigada antes de prosseguir com o projeto.
- 8) O número de tensão permitido a flexão pode ser obtido com o gráfico da Figura 25.
- 9) O número de tensão permitido a flexão pode ser obtido com o gráfico da Figura 26.
- 10) O número de tensão permitido a flexão pode ser obtido com o gráfico da Figura 27.

Os números de tensão permitidos para as engrenagens de aço são estabelecidos por requisitos específicos de controle de qualidade para cada tipo e classe de material. Todos os requisitos para a nota de qualidade devem ser atendidos para usar os valores de tensão dessa nota. Isso pode ser conseguido certificando especificamente cada requisito, quando necessário, ou estabelecendo práticas e procedimentos para obter os requisitos em uma base de produção. Os valores

intermediários não são classificados, pois o efeito do desvio dos padrões de qualidade não podem ser avaliados facilmente. Quando justificado por teste ou experiência, níveis mais altos de tensão para qualquer série podem ser usados.

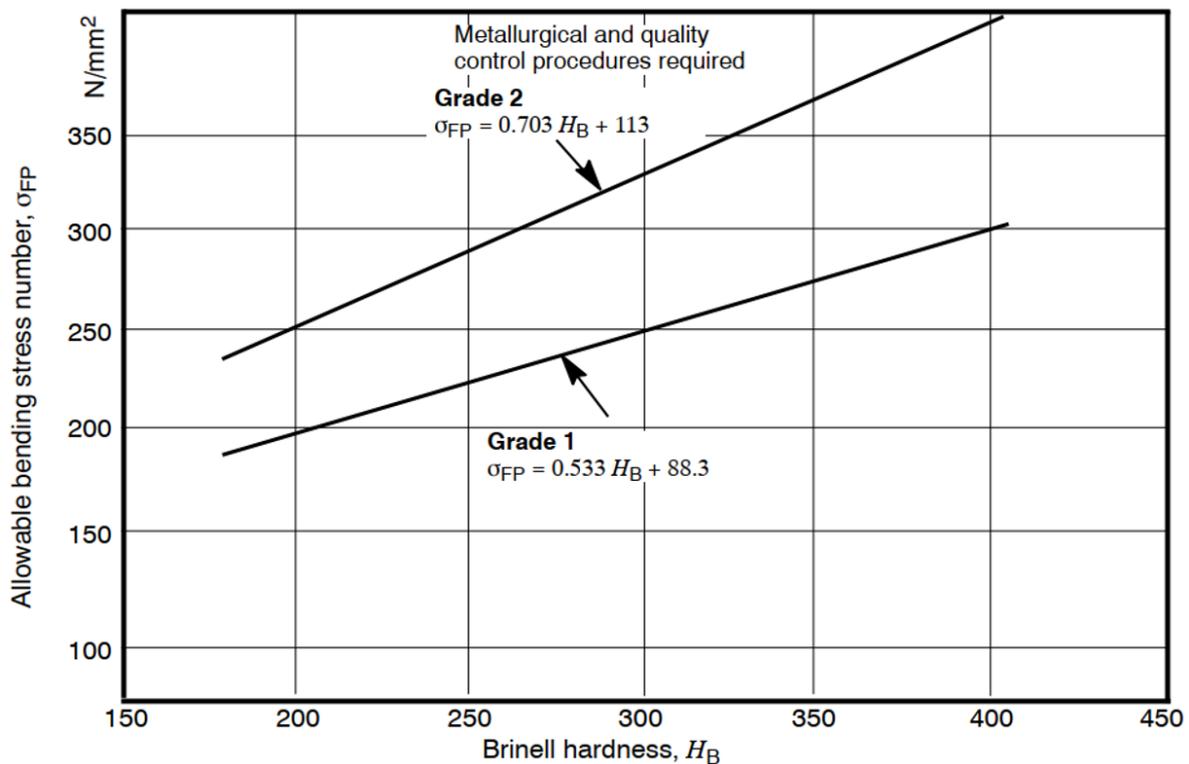


Figura 25: Número de tensão à flexão permitido para engrenagem de aço endurecida

Para os números de tensão permitidos para ferro e bronze, a Figura 28 pode ser usada. Esses valores são baseados no fator de sobrecarga de 10 milhões de ciclos de tensão (10^7), carga unidirecional e confiabilidade nos testes de 99%.

2.12 Constantes específicas para o fator de segurança ao Contato

2.12.1 Fator de ciclagem de tensão para resistência ao crateramento, Z_N

O fator de ciclagem ao contato, Z_N , ajusta o número de tensão ao contato permitido para o número necessário de ciclos de operação. Para os fins desta norma, n_L , é o número de ciclos de tensão e é definido como o número de contatos de engrenamento, sob carga, no dente da engrenagem sendo analisada. Os números de tensão permitido pela AGMA são estabelecidos para ciclos de carga acima de 10^7 de forma unidirecional no dente da engrenagem. Para tal, pode ser usada a Equação 24, obtida com 99% de confiabilidade, que é a curva superior da região sombreada na Figura 30.

$$Z_N = 1,4488 \cdot n_L^{-0,023} \quad (24)$$

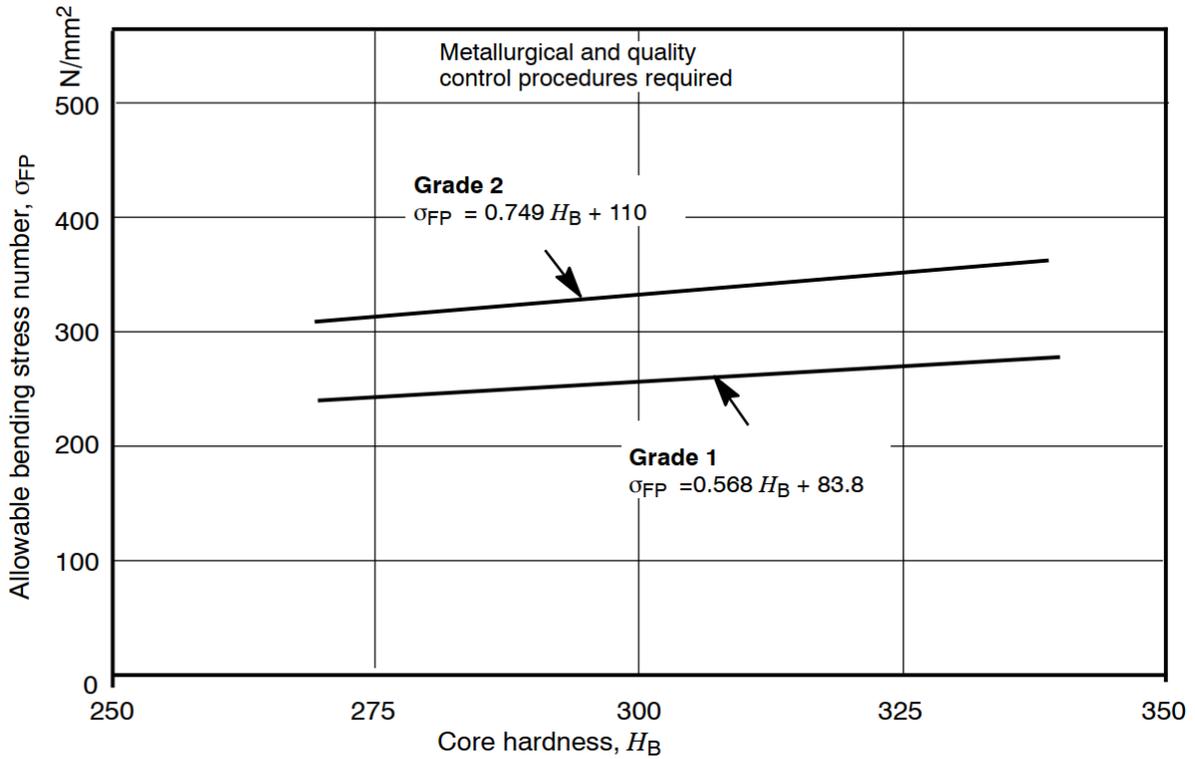


Figura 26: Número de tensão à flexão permitidos para nitretação de aços (AISI 4140, AISI 4340)

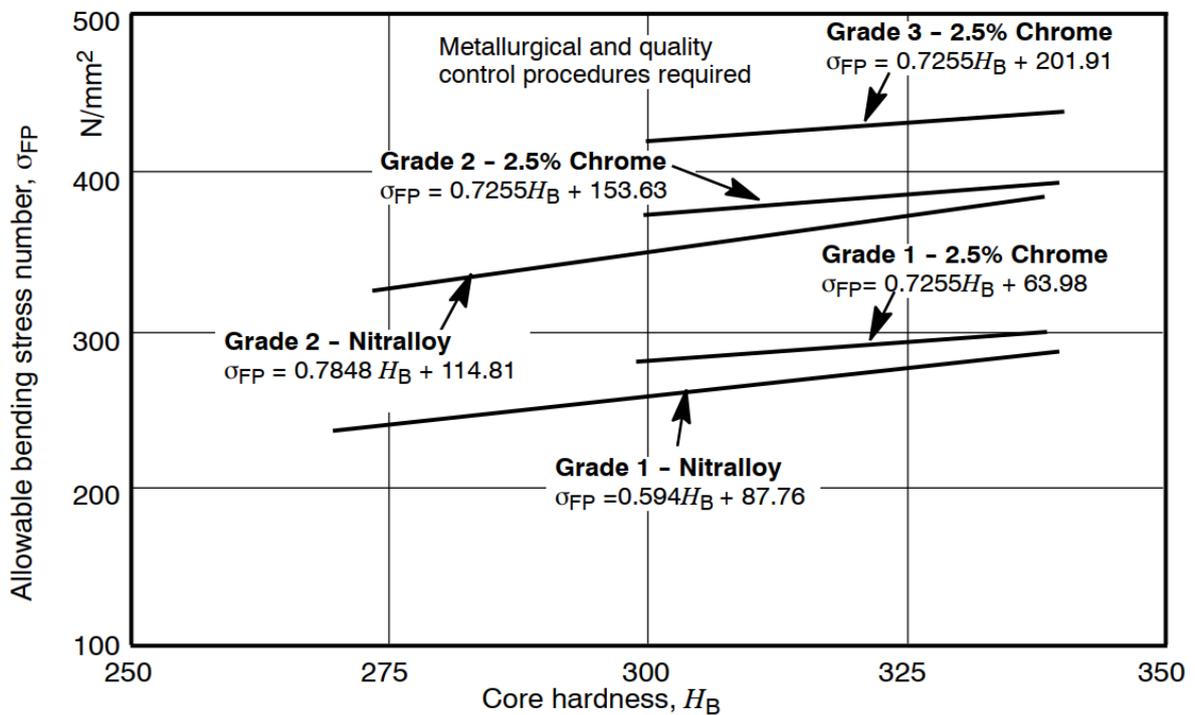


Figura 27: Número de tensão à flexão permitido para nitretação de aços

Material	Material designation ¹⁾	Heat treatment	Typical minimum surface hardness ²⁾	Allowable bending stress number ³⁾ σ_{FP} N/mm ²
ASTM A48 Gray cast iron	Class 20	As cast	--	34.5
	Class 30	As cast	174 HB	59
	Class 40	As cast	201 HB	90
ASTM A536 Ductile (nodular) iron	Grade 60-40-18	Annealed	140 HB	150 - 230
	Grade 80-55-06	Quenched & tempered	179 HB	150 - 230
	Grade 100-70-03	Quenched & tempered	229 HB	185 - 275
	Grade 120-90-02	Quenched & tempered	269 HB	215 - 305
Bronze		Sand cast	Minimum tensile strength 275 N/mm ²	39.5
	ASTM B-148 Alloy 954	Heat treated	Minimum tensile strength 620 N/mm ²	165

NOTES

1) See ANSI/AGMA 2004-B89, *Gear Materials and Heat Treatment Manual*.

2) Measured hardness to be equivalent to that which would be measured at the root diameter in the center of the tooth space and face width.

3) The lower values should be used for general design purposes. The upper values may be used when:

- High quality material is used.
- Section size and design allow maximum response to heat treatment.
- Proper quality control is effected by adequate inspection.
- Operating experience justifies their use.

Figura 28: Número de tensão à flexão permitido para ferro e bronze

Para encontrar o número de ciclos de tensão deve ser usada a Equação 25.

$$n_L = 60 \cdot L \cdot \omega \cdot q \quad (25)$$

Onde

n_L é o número de ciclos de tensão;

L é a vida nominal projetada, (em horas);

ω é a rotação, rpm;

q é o número de contatos por revolução.

A vida nominal a ser considerada no projeto da engrenagem depende da experiência do engenheiro projetista. Para auxiliar na definição de vida nominal, (Mott, 2013), apresenta uma lista com algumas horas a serem consideradas para o projeto. Essa recomendação de horas de trabalho é uma convenção entre informações provenientes de especialistas da indústria e cientistas da área, e pode ser observada na Figura 29.

Outra forma de encontrar o fator de ciclagem de tensão para resistência ao crateramento é ingressando o valor de ciclos desejado no gráfico da Figura 30. A parte inferior da zona sombreada, da Figura 30, é normalmente usada para serviços críticos, onde o desgaste por crateramento no dente deve ser mínimo e são necessários baixos níveis de vibração.

Aplicação	Vida em h
Motor de avião	1000 - 4000
Máquina Agrícola	3000 - 6000
Elevadores, Ventiladores industriais, Transmissões de diverso uso	8000 - 15000
Motor elétrico, Soprador industrial, Máquinas industriais em geral	20000 - 30000
Bombas e Compressores	40000 - 60000
Equipamento crítico de funcionamento contínuo (24h)	100000 - 200000

Figura 29: Vida nominal para diferentes aplicações de engrenagens

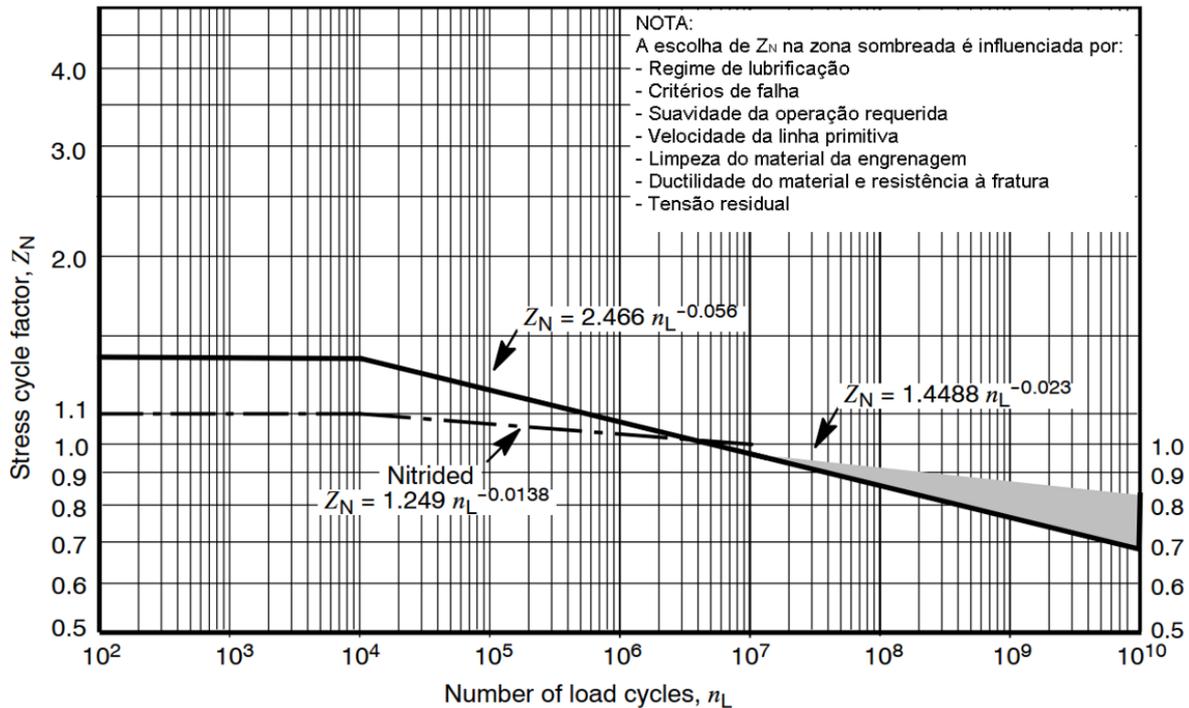


Figura 30: Fator de ciclagem de tensão para a resistência ao crateramento

2.12.2 Fator de razão de dureza, Z_W

O fator de razão de dureza, Z_W , depende de:

- A relação de transmissão;
- O acabamento superficial no flanco do dente do pinhão;
- A dureza na superfície das engrenagens (pinhão e coroa).

O valor de Z_W para o pinhão é fixado em 1,0. Já o valor de Z_W para a coroa é 1,0 ou conforme descrito a seguir.

- **Coroas endurecidas**

Quando a superfície do pinhão é substancialmente mais dura do que a superfície da coroa. Os valores típicos de Z_W para coroas, nesse cenário, pode ser calculado com a Equação 26.

$$Z_W = 1,0 + A(i - 1,0) \quad (26)$$

Se $\frac{H_{B1}}{H_{B2}} < 1,2 \rightarrow A = 0$

Se $1,2 \leq \frac{H_{B1}}{H_{B2}} \leq 1,7 \rightarrow A = 0,00898 \left(\frac{H_{B1}}{H_{B2}} \right) - 0,00829$

Se $\frac{H_{B1}}{H_{B2}} > 1,7 \rightarrow A = 0,00698$

Onde

H_{B1} é a dureza Brinell do pinhão, HB;

H_{B2} é a dureza Brinell da coroa, HB;

i é a relação de velocidade entre engrenagens.

Também, o fator de dureza de superfície pode ser encontrado com o gráfico apresentado na Figura 31.

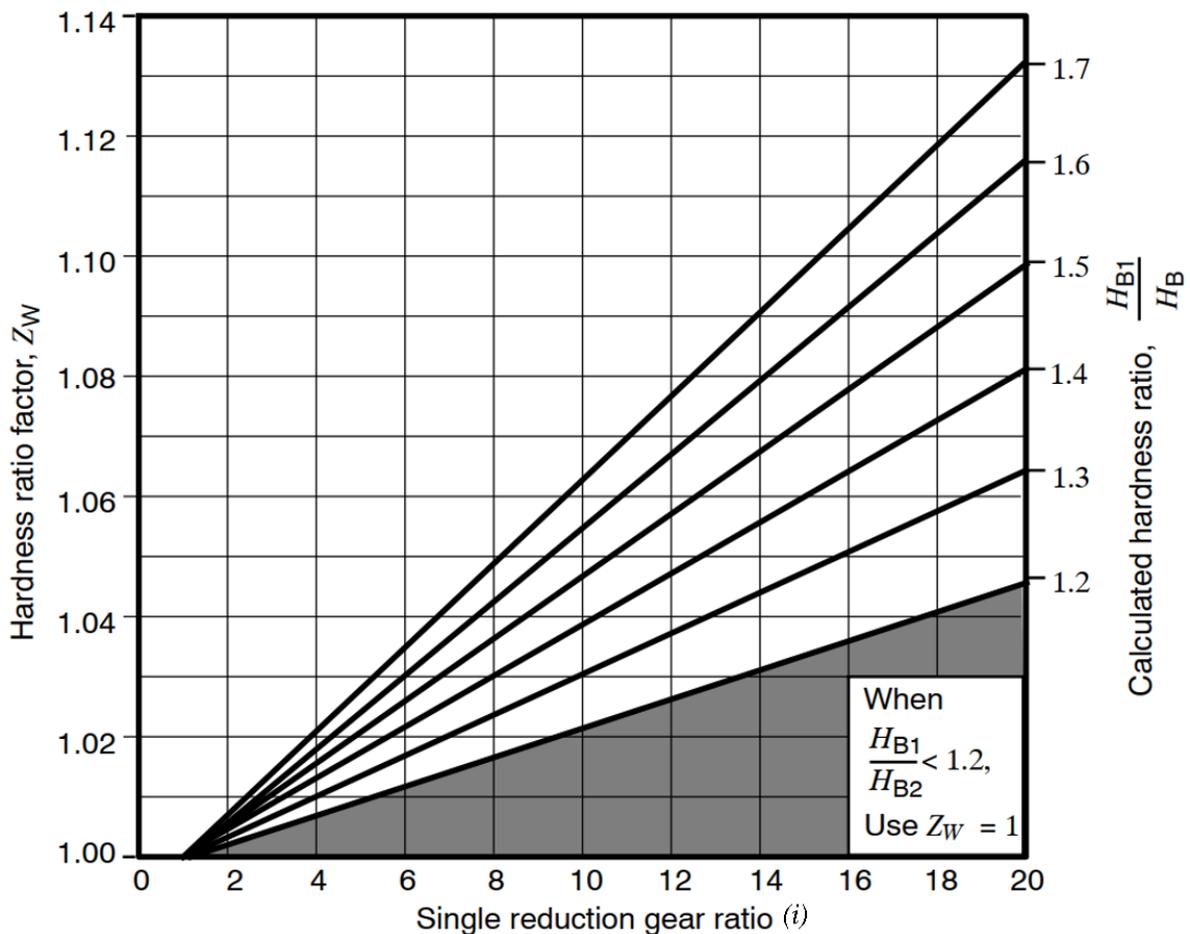


Figura 31: Fator de relação de dureza

- **Endurecido superficial/através de valores endurecidos**

Quando a superfície do pinhão endurecida (de 460 HB ou mais) engrena com uma coroa endurecida (entre 180 HB a 400 HB), o fator Z_W varia com o acabamento da superfície do pinhão,

dependendo da sua altura máxima do perfil de rugosidade do pinhão (R_{z1}). A dureza da coroa correspondente pode ser obtida com a Equação 27.

$$Z_W = 1,0 + B(450 - H_{B2}) \quad (27)$$

Onde

$$B = 0,00075 (e)^{-0,448(R_{z1})}$$

e é a base dos logaritmos naturais ou napierianos = 2,718 28

R_{z1} é o acabamento superficial final do pinhão, micrometro.

Esse valor de Z_W também pode ser obtido do gráfico da Figura 32.

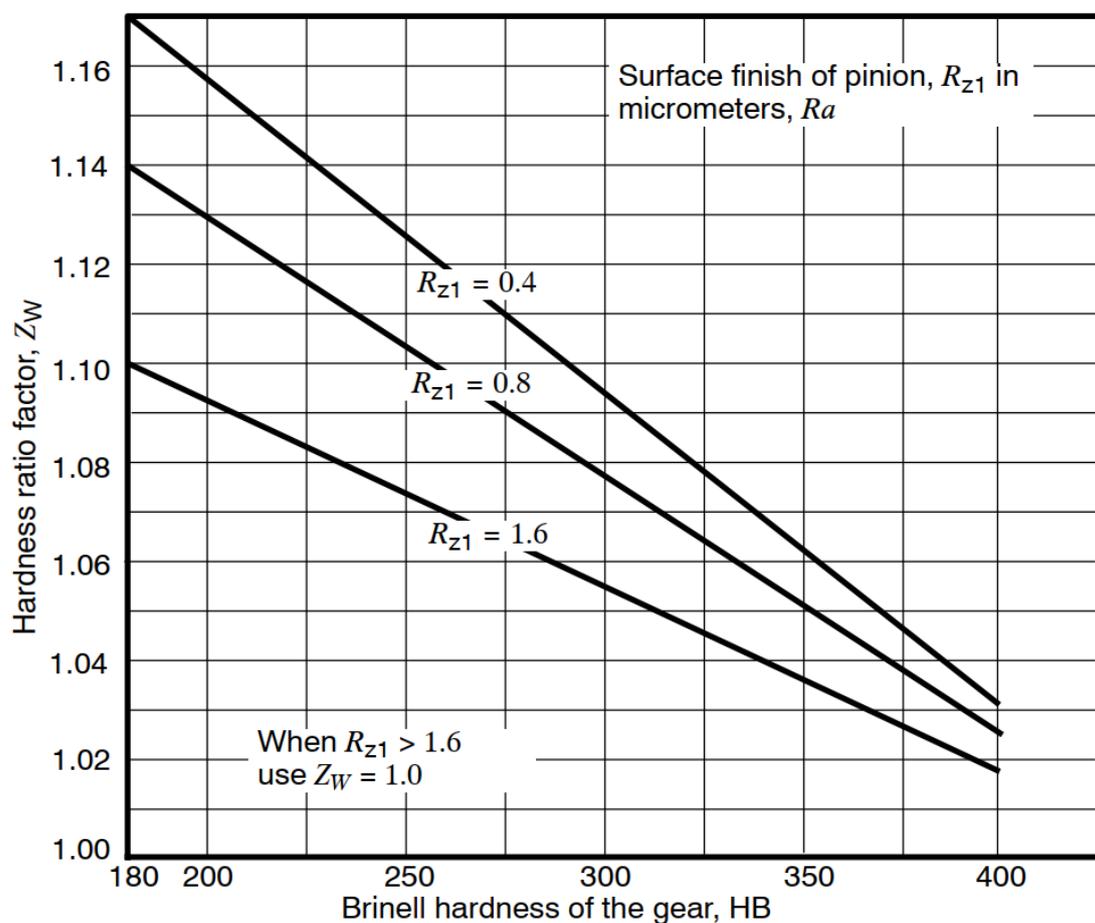


Figura 32: Fator de relação de dureza

2.12.3 Número de tensão ao contato permitida, σ_{HP}

Os números de tensão permitidos para materiais de engrenagem variam de acordo com fatores como: a composição do material, limpeza durante a têmpera, tensão residual, microestrutura, qualidade do processo de manufatura, tipo tratamento térmico e práticas de processamento.

Para outros materiais diferentes do aço, é exibida uma faixa e, os valores mais baixos devem ser usados para fins gerais de projeto. Para aço deve ser usada a Figura 33.

Material designation	Heat treatment	Minimum surface hardness ¹⁾	Allowable contact stress number ²⁾ , σ_{HP} N/mm ²		
			Grade 1	Grade 2	Grade 3
Steel ³⁾	Through hardened ⁴⁾	see figure ⁶⁾	see figure ⁶⁾	see figure ⁶⁾	--
	Flame ⁵⁾ or induction hardened ⁵⁾	50 HRC	1170	1310	--
		54 HRC	1205	1345	--
	Carburized & hardened ⁵⁾	see table 9	1240	1550	1895
	Nitrided ⁵⁾ (through hardened steels)	83.5 HR15N	1035	1125	1205
84.5 HR15N		1070	1160	1240	
2.5% Chrome (no aluminum)	Nitrided ⁵⁾	87.5 HR15N	1070	1185	1305
Nitralloy 135M	Nitrided ⁵⁾	90.0 HR15N	1170	1260	1345
Nitralloy N	Nitrided ⁵⁾	90.0 HR15N	1185	1300	1415
2.5% Chrome (no aluminum)	Nitrided ⁵⁾	90.0 HR15N	1215	1350	1490

Figura 33: Número de tensão permitida ao contato, para aço

NOTAS:

- 1) Dureza no início do centro da largura da face do dente.
- 2) Consulte a norma AGMA 2101-D04 para verificar fatores metalúrgicos que afetam o número de tensão de contato permitido, σ_{HP} , nas engrenagens de aço.
- 3) O aço selecionado deve ser compatível com o processo de tratamento térmico selecionado e a dureza necessária.
- 4) O material deve ser revenido, recozido ou no mínimo normalizado.
- 5) O σ_{HP} no dente da engrenagem endurecida na superfície, requerem de uma profundidade adequada para resistir às tensões de cisalhamento desenvolvidas pelas cargas de contato do dente e pelas tensões de tração do cordão raiz do dente, mas, a profundidade não deve ser tão grande que resulte em pontas de dentes quebradiças e com altas tensões de tração residual no núcleo.
- 6) ver gráfico da Figura 34.

Outra forma de encontrar a dureza, adequada para a superfície do dente é por meio da Figura 34.

Segundo a AGMA 2101-D04 (2016), para determinar a profundidade do endurecimento no dente, depende do módulo usado, a maior módulo maior a profundidade de endurecimento, podendo variar de 1,2 até 5,2 mm de profundidade, aproximadamente.

Na Figura 35, pode ser observada a variação nos processos para obter endurecimento nos dentes da engrenagem, quando aplicados endurecimento por chama ou indução: girando a engrenagem

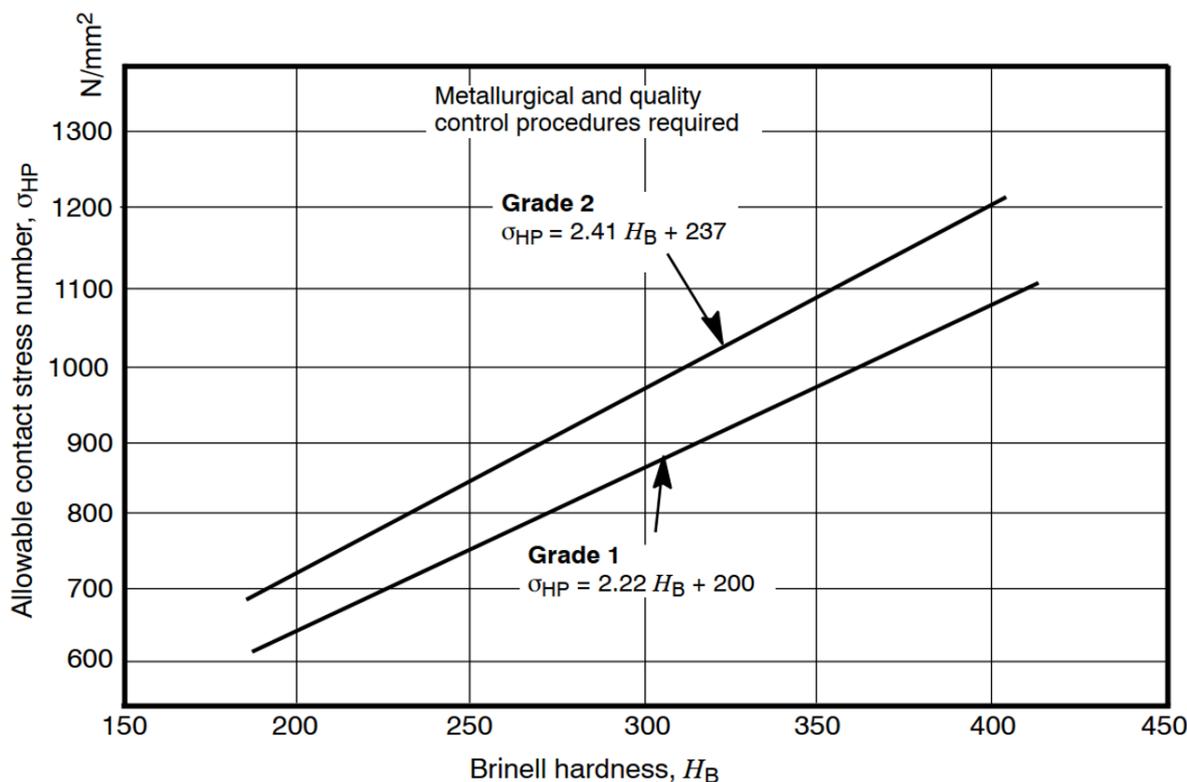


Figura 34: Número de tensão permitida ao contato, para aço

para seu endurecimento, endurecimento somente no flanco (dente a dente), e endurecimento de flanco e raiz (dente a dente).

Para encontrar o σ_{HP} para engrenagens que não sejam de aço, pode ser usada a Figura 36.

Além disso, para encontrar uma dureza Brinell padronizada e seu equivalentes em outras medidas de dureza pode ser usada a Figura 37, (Mott, 2013).

2.13 Equações específicas para geometria de engrenagens helicoidais

Segundo Mott (2013), é necessário considerar que o par de engrenagens helicoidais, tenha uma engrenagem com inclinação à direita e a outra com inclinação à esquerda, com ângulo de hélice iguais. Além disso, é apontada como uma das principais vantagens, desse tipo de engrenagens em relação à de dentes retos, possuir um engrenamento mais suave, ou seja, menos barulhento e com menos vibração, isto devido a que os dentes recebem a carga gradualmente.

Os ângulos usados para a hélice da engrenagem estão dentro do intervalo de 15° a 45° (MOTT, 2013). Já os testes realizados pela norma AGMA 908-B98, consideram ângulos de hélice, β , de: 10° , 15° , 20° , 25° e 30° .

Nesse tipo de engrenagens existe três ângulos envolvidos: (i) ângulo de hélice, β ; (ii) ângulo de pressão normal, θ_n , geralmente de 15° , 20° , 22° , 25° ; e (iii) ângulo de pressão transversal, θ_t , (MOTT, 2013).

Normalmente em um projeto tem-se os ângulos de hélice e pressão normal, e para encontrar o

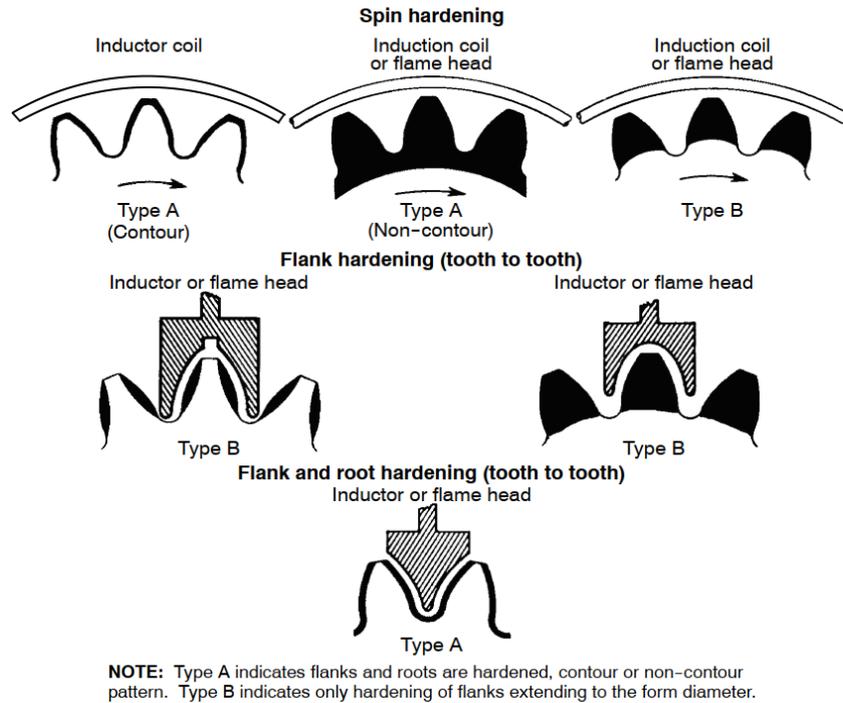


Figura 35: Processos para endurecimento por chama ou indução

Material	Material designation ¹⁾	Heat treatment	Typical minimum surface hardness ²⁾	Allowable contact stress number ³⁾ σ_{HP} N/mm ²
ASTM A48 Gray cast iron	Class 20	As cast	--	345 - 415
	Class 30	As cast	174 HB	450 - 520
	Class 40	As cast	201 HB	520 - 585
ASTM A536 Ductile (nodular) iron	Grade 60-40-18	Annealed	140 HB	530 - 635
	Grade 80-55-06	Quenched & tempered	179 HB	530 - 635
	Grade 100-70-03	Quenched & tempered	229 HB	635 - 770
	Grade 120-90-02	Quenched & tempered	269 HB	710 - 870
Bronze		Sand cast	Minimum tensile strength 275 N/mm ²	205
	ASTM B-148 Alloy 954	Heat treated	Minimum tensile strength 620 N/mm ²	450

NOTES

1) See ANSI/AGMA 2004-B89, *Gear Materials and Heat Treatment Manual*.

2) Hardness to be equivalent to that at the start of active profile in the center of the face width.

3) The lower values should be used for general design purposes. The upper values may be used when:

- High quality material is used.
- Section size and design allow maximum response to heat treatment.
- Proper quality control is effected by adequate inspection.
- Operating experience justifies their use.

Figura 36: Número de tensão permitida ao contato, para ferro fundido e bronze

ângulo de pressão tangencial é usada a Equação 28.

$$\tan\theta_t = \frac{\tan\theta_n}{\cos\beta} \quad (28)$$

Brinell	Rockwell		Vickers	Aço: resistência à tração (1000 psi aprox.)	Brinell	Rockwell		Vickers	Aço: resistência à tração (1000 psi aprox.)
Nº¹	B	C	Nº²		Nº¹	B	C	Nº²	
(745)		65,3			262	(103,0)	26,6	277	127
(712)		63,3			255	(102,0)	25,4	268	123
(682)		61,7			248	(101,0)	24,2	261	120
(653)		60,0			241	100,0	22,8	252	116
(627)		58,7			235	99,0	21,7	246	114
601		57,3	639		229	98,2	20,5	241	111
578		56,0	614		223	97,3	(18,8)	235	108
555		54,7	590	298	217	96,4	(17,5)	228	105
534		53,5	569	288	212	95,5	(16,0)	222	102
514		52,1	546	274	207	94,6	(15,2)	217	100
495		51,6	527	269	201	93,8	(13,8)	211	98
477		50,3	508	258	197	92,8	(12,7)	207	95
461		48,8	490	244	192	91,9	(11,5)	202	93
444		47,2	472	231	187	90,7	(10,0)	196	90
429		45,7	455	219	183	90,0	(9,0)	184	89
415		44,5	440	212	179	89,0	(8,0)	188	87
401		43,1	424	202	174	87,8	(6,4)	183	85
388		41,8	410	193	170	86,8	(5,4)	179	83
375		40,4	396	184	167	86,0	(4,4)	175	81
363		39,1	383	177	163	85,0	(3,3)	171	79
352	(110,0)	37,9	371	171	156	82,9	(0,9)	164	76
341	(109,0)	36,6	360	164	149	80,8			73
331	(108,5)	35,5	349	159	143	78,7			71
321	(108,0)	34,3	338	154	137	76,4			67
311	(107,5)	33,1	327	149	131	74,0			65
302	(107,0)	32,1	319	146	126	72,0			63
293	(106,0)	30,9	309	141	121	69,8			60
285	(105,5)	29,9	301	138	116	67,6			58
277	(104,5)	28,8	292	134	111	65,7			56
269	(104,0)	27,6	284	130					

Observações: esta é uma condensação da Tabela 2, Report J417b, SAE 1971 Handbook. Os valores em () estão além da faixa normal e são apresentados apenas para fins de informação.

¹Os valores acima de 500 são para esfera de carbeto de tungstênio; abaixo de 500, para esfera padrão.

²Vickers: número de dureza com a pirâmide de diamante; carga de 50 kg.

Fonte: Modern Steels and Their Properties, Bethlehem Steel Co., Bethlehem, PA.

Figura 37: Conversão de durezas

No dente helicoidal da engrenagem há um módulo métrico normal, m_n , no plano normal ao dente. Esse módulo está relacionado como módulo transversal, m_t , que normalmente é conhecido. O módulo que deve ser usado para aplicar as equações AGMA para encontrar tensão à

flexão e ao contato é o módulo métrico transversal, m_t .

Para encontrar o módulo normal, pode ser usada a Equação 29.

$$m_n = m_t \cdot \cos \beta \quad (29)$$

Outra característica específica na geometria do dente helicoidal é o passo axial, p_x , que serve para determinar a largura da engrenagem, b , que deve ser maior ou igual a duas vezes p_x . Para encontrar o passo axial pode ser usada a Equação 30 (MOTT, 2013).

$$p_x = \frac{\pi \cdot m_t}{\tan \beta} \quad (30)$$

Para começar um projeto de engrenagens cilíndricas, seja dente reto ou helicoidal, muitas vezes pode ser mais comum possuir a informação do passo diametral (usado o sistema inglês) ao invés do módulo. Nesse cenário, para passar tudo ao sistema métrico, pode ser usada a Figura 38.

módulo (mm)	passo diametral (dentes/pol)	módulo (mm)	passo diametral (dentes/pol)
0,3	80	5	5
0,4	64	6	4
0,5	48	7	3,5
0,7	36	8	3
0,8	32	10	2,5
1	24	12	2
1,25	20	16	1,5
1,5	16	20	1,25
2	12	25	1
2,5	10	32	0,75
3	8	40	0,625
4	6	50	0,5

Figura 38: Módulo métrico padronizado, em relação ao passo diametral

3

4 Aspectos Metodológicos

Para a realização do presente trabalho é considerado um equipamento real, numa indústria onde o autor trabalhou e foi possível coletar os principais dados. Para modelar as características

geométricas de uma engrenagem , foram usadas as equações e conceitos consolidados da literatura acadêmica da Engenharia Mecânica, especificamente na área de Projeto de Máquinas, tais como: Elementos de Máquinas de Shigley (Budynas & Nisbett, 2014); Fundamentos dos Projetos de Componentes de Máquinas (Juvinall & Marshek, 2011); e Elementos de Máquinas em Projetos Mecânicos (Mott, 2013).

Para a modelagem analítica da tensão à flexão e ao contato de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos é usada a última versão da norma AGMA, especificamente a direcionada para uso de unidades no sistema internacional, ANSI/AGMA (2101-D04, 2016).

Para a modelagem 3D da geometria de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos é usada a plataforma de Projeto Assistido por Computador (CAD – do inglês *Computer Assisted Design*). Para a análise analítica à flexão e ao contato é usada a plataforma de Engenharia Assistido por Computador (CAE – do inglês *Computer Assisted Engineering*), ambos na versão acadêmica do (Solid Edge, 2020).

Além disso, para integrar essas informações, o presente trabalho segue o método DSR (do inglês *Design Science Research*), que é uma estrutura bem aceita para o desenvolvimento de modelos na engenharia, visto que possui procedimentos analíticos que permitem o correto desenvolvimento de um determinado estudo de pesquisa na área de engenharia (Nuñez & Borsato, 2018).

A seguir é descrita a abordagem do método DSR para o presente trabalho, sendo que as etapas do método são: (1) identificação da oportunidade de pesquisa e motivação, (2) definição dos objetivos da solução, (3) concepção e desenvolvimento, (4) demonstração, (5) avaliação, e (6) comunicação.

As etapas 1 e 2 são abordadas pelo estado da arte, as etapas 3 e 4 pela aplicação da análise de engrenagem cilíndrica de dentes retos e helicoidais, em um estudo de caso, e finalmente a etapa 6 consiste na divulgação deste estudo na plataforma Authorea, que é uma ferramenta on-line que permitirá o uso deste estudo pelo mundo científico e aplicado da área de engenharia mecânica e especifica mente na subárea de projetos de elementos de maquinas.

5 Concepção e Desenvolvimento do Trabalho

Primeiramente, considerando um par de engrenagens retas, e sabendo que a tensão ao contato é a mais exigida, inicialmente, será calculada a sua tensão ao contato e respectivo fator de segurança. A seguir, serão encontrados os valores para a tensão à flexão e seu respectivo fator de segurança. Finalmente, serão encontrados os valores de tensão ao contato e à flexão, com seus respectivos fatores de segurança, para um par de dentes helicoidais.

Para tal, considera-se como estudo de caso um equipamento mecânico: bomba centrífuga de baixa velocidade que é acionada por um motor elétrico. No sistema de transmissão da bomba, o pinhão está apoiado no meio de dois mancais que estão montados na estrutura da máquina. O pinhão é cilíndrico de dentes retos, usinado, possui um módulo de 3 mm, 16 dentes e ângulo de pressão de 20°, considera-se uma confiabilidade de 99% e o material a ser usado é aço AISI 1045 trefilado a frio. Além disso:

- Rotação do pinhão, ω_p , de 1 200 rpm;
- Diâmetro do eixo de transmissão de 20 mm;
- Potência no pinhão de 7 527 W;
- Coroa desse sistema de transmissão com 40 dentes (N_G).

Lembrando que para encontrar a largura da face das engrenagens, multiplica-se o modulo com valores dentro do intervalo de 6 a 16. Mas, seguindo a recomendação acadêmica, será multiplicado o módulo por 12 (escolha arbitrária). Além disso, para comprovar uma largura da face adequada ao engrenamento, a mesma pode ser dividida pelo diâmetro primitivo e esse produto deve ser um valor maior a 0,5 e menor a 2,0.

No que se refere ao cordão raiz, o mesmo será o produto do módulo pela constante 0,3.

Dessa forma, substituído os valores deste estudo de caso nas equações já abordadas obtém-se a Tabela 3. Sempre o subscrito P significa pinhão, e o subscrito G significa coroa.

Tabela 2: Valores básicos das engrenagens

Magnitude	Simb.	Valor	Und.
Diâmetro do furo do cubo	ϕ	20	mm
Potência de projeto	P	7527	W
modulo	m	3	-
Rotação de entrada	ω_P	1200	rpm
Número de dentes pinhão	N_P	16	-
Ângulo de pressão	θ	20	o
Relação de transmissão	i	2,5	-
Raio de filete	r	0,9	mm
Rotação de saída	ω_G	480	rpm
Número de dentes coroa	N_G	40	-
Diâmetro primitivo - Pinhão	D_{pP}	48	mm
Diâmetro externo do - Pinhão	D_{eP}	54	mm
Diâmetro raiz - Pinhão	D_{rP}	40,5	mm
Diâmetro base - Pinhão	D_{bP}	45,1	mm
Torque do pinhão	T_P	59,9	N-m
Diâmetro primitivo Coroa	D_{pG}	120	mm
Torque da coroa	T_G	149,74	N-m
Distância de centro	C	84	mm
Velocidade na linha primitiva	V	3,016	m/s
Carga tangencial transmitida	F_t	2495,7	N
Carga resultante transmitida	F	2655,9	N
Carga radial transmitida	F_r	908,4	N
insira largura escolhida	b	36	mm
Intervalo recomendado:	0,5	$\leq b/DP <$	2
Relação de largura da face	b/DP	0,75	-

5.1 Tensão ao contato AGMA

Para encontrar o coeficiente de elasticidade, Z_E , usa-se a biblioteca (MatWeb, 2020) para um Aço AISI 1045, trefilado a frio, tarugo de 50-75 mm, assim, considera-se resistência ao escoamento de 485 Mpa, resistência à ruptura de 515 Mpa, módulo de elasticidade 206 GPa e coeficiente de Poisson de 0,29. Neste estudo, considera-se que ambas engrenagens são do mesmo material e mesma largura.

Para o fator de sobrecarga considera-se como fonte de alimentação: motor elétrico, uniforme e, para máquina acionada: bomba centrífuga de baixa velocidade, choque leve.

Para o fator dinâmico, considerando a velocidade linear de 3,016 m/s e o tipo de equipamento (bomba centrífuga), o número do nível de precisão da transmissão A_V é 10.

Para o fator de tamanho, considerando número de dentes 16, encontra-se o fator de forma de Lewis que é 0,296.

Para o fator de distribuição de carga, o fator de formato da face do dente é considerado sem coroamento no dente ou alívio na ponta do adendo.

Encontra-se o fator de proporção do pinhão, lembrando que a largura da face é de 36 mm e o diâmetro primitivo é de 48 mm.

Para o fator de carga de deflexão, considera-se que a engrenagem está no meio dos mancais, i.e., $S_1/S < 0,175$.

Para o fator de alinhamento de engrenamento, consideramos a curva 1 (engrenagem aberta), visto que os mancais que a suportam estão montados na mesma estrutura da máquina.

Para o fator de ajuste considera-se que não há nenhum ajuste na montagem nem lapidação no dente.

Conforme a literatura científica, considera-se que a engrenagem mais crítica é o pinhão. Sendo assim, comeca-se analisando a tensão ao contato AGMA do pinhão, obtendo-se os valores da Tabela 4.

5.2 Fator de segurança ao contato AGMA

Para encontrar o número de ciclos de tensão, considera-se a vida nominal como a de um equipamento industrial a 30 000 h de trabalho, considera-se apenas um sentido de giro da engrenagem.

Para o fator de temperatura. Considera-se que a engrenagem não trabalhará a temperatura superior a 120 °C.

Sabe-se que uma engrenagem que opera na indústria deve ter uma dureza na superfície do dente, como a dureza não foi indicada, deve ser encontrar a dureza *Brinell* padronizada para a engrenagem de aço. Assim, para encontrar o fator de segurança ao contato AGMA, o mesmo deve estar no intervalo de 1 a 1,5. Para este estudo considera-se inicialmente uma estimativa de $S_H = 1,0$ com o objetivo de encontrar uma dureza Brinell (HB) padronizada.

Dessa forma, inicialmente obtém-se um número de tensão ao contato permitido igual a 1251,93 MPa. Assim, pode ser encontrada dureza HB próxima à desejada, usando a Figura 33, conside-

Tabela 3: Valores de tensão ao contato AGMA no pinhão

Magnitude	Simb.	Valor	Und.
Módulo de elasticidade	E_P	206000	MPa
Proporção de Poisson	ν_P	0,29	-
Módulo de elasticidade	E_G	206000	MPa
Proporção de Poisson	ν_G	0,29	-
Calcular coeficiente elástico	Z_E	189,2	-
Insira Fator de sobrecarga	k_O	1,25	-
Insira: índice de qualidade	A_v	10	-
Constantes para calcular Fator dinâmico	B	0,731	-
Constantes para calcular Fator dinâmico	C	4,637	-
Fator dinâmico	k_V	1,26	-
Insira fator de forma	Y	0,296	-
Fator de tamanho	k_S	1,05	-
Insira formato da face do dente	K_{Hmc}	1,0	-
Insira ajustes de montagem	K_{He}	1,0	-
Insira carga de flexão	K_{pm}	1,0	-
Se $25 < d < 432$	K_{HPf}	0,055	-
Constantes para fator de alinhamento.	A	0,247	-
Mancais montados na máquina	B	0,000657	-
-	C	-1,186E-07	-
Fator de alinhamento	K_{Hma}	0,27	-
Fator de distribuição de carga	k_H	1,33	-
Inserir Fator de condição de superficial	Z_R	1,0	-
Seno de ângulo de pressão 20	$\text{sen}\theta$	0,342	-
Cosseno de ângulo de pressão 20	$\text{cos}\theta$	0,940	-
Fator de curvatura na linha primitiva	C_c	0,115	-
Fator para ajuste da altura específica 1	C_1	2,736	-
Fator para ajuste da altura específica 2	C_2	6,840	-
Fator para ajuste da altura específica 3	C_3	2,952	-
Fator para ajuste da altura específica 4	C_4	2,212	-
Fator para ajuste da altura específica do LPSTC	C_x	0,809	-
Calcular Fator geométrico de crateramento	Z_I	0,093	-
Tensão de Contato AGMA	σ_H	1106,36	MPa

rando grau 2 e, σ_{HP} , igual a 1345 MPa que pode ser obtido a partir de uma dureza mínima de 54 HRC. Dessa forma usando a Figura 37, uma dureza *Brinell* padronizada e equivalente seria 555 HB.

Na Tabela 5, encontram-se os valores calculados para o fator de segurança ao contato.

5.3 Tensão à flexão AGMA

Considerando o furo da engrenagem de 20 mm (diâmetro do eixo onde será montada a engrenagem), apresenta um canal de chaveta no cubo, seguindo a norma DIN 6885 A -1 (1968),

Tabela 4: Valores obtidos para o fator de segurança ao contato AGMA

Magnitude	Simb.	Valor	Und.
Insira vida em horas	L	30000	h
Insira revolução	ω_P	1200	rpm
Insira número de contatos/revolução	q	1,0	-
Número de ciclos de tensão	n_L	2,16E+9	-
Fator de ciclagem de tensão	Z_N	0,884	-
Fator de razão de dureza Pinhão	Z_W	1,0	-
Inserir Fator de temperatura	Y_θ	1,0	-
Inserir Fator de confiabilidade	Y_Z	1,0	-
Inserir Fator de segurança estimado"	SH	1,0	-
Número ao contato permitido "preliminar"	σ_{HP}	1251,93	MPa
Número ao contato permitido "selecionado"	σ_{HP}	1345,00	MPa
Dureza Brinell "selecionada"	HB	555	-
Fator de segurança "recalcado"	SH	1,1	-

obtendo $t_R = 7,45 \text{ mm}$. Conforme Figura 39.

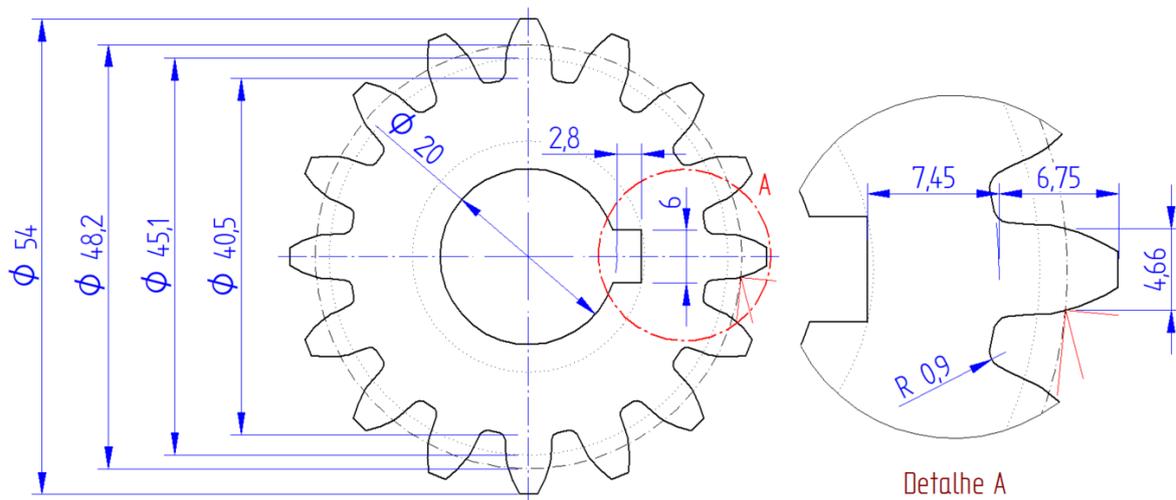


Figura 39: Desenho técnico da engrenagem de dentes retos

Assim:

$$m_B = \frac{7,45}{6,75} = 1,104 < 1,2$$

A maioria dos valores necessários para encontrar a tensão à flexão, serão aproveitados da tensão ao contato. Dessa forma, é possível apresentar na Tabela 5 os valores usados para encontrar a tensão à flexão AGMA, no dente do pinhão.

Tabela 5: Valores obtidos para a tensão à flexão

Magnitude	Simb.	Valor	Und.
Insira altura do dente	h_t	6,75	mm
Insira altura da borda	t_R	7,45	mm
relação de alturas	m_B	1,1	-
Se m_B menor a 1,2 então o fator de espessura de borda	k_B	1,13	-
Inserir Fator geométrico de flexão - Pinhão	Y_J	0,27	-
Tensão de Flexão AGMA	σ_F	213,23	MPa

Tabela 6: Valores para o fator de segurança à flexão AGMA

Magnitude	Simb.	Valor	Und.
Fator de ciclagem de tensão	Y_N	0,925	-
Inserir HB escolhido	HB	477	-
Número à flexional permitido "aproximado"	σ_{FP}	503,2	MPa
Fator de segurança "recalculado"	S_F	2,2	-

5.4 Fator de segurança à flexão AGMA

Aqui também, muitos dos valores, necessários, já foram encontrados no cálculo do fator de segurança ao contato. Lembrando que já foi selecionada a dureza de 555 HB, mas, verificando que não existem um gráfico da norma AGMA que permita calcular o número permitido à flexão, σ_{FP} , próximo a 555 HB, então será assumida equação mais próxima que é da curva grau 2 da Figura 25, onde:

$$\sigma_{FP} = 0,703 \cdot HB + 113$$

Dessa forma, na Tabela 6 são apresentados os valores considerados para o fator de segurança à flexão AGMA no dente do pinhão.

5.5

5.6 Análise para engrenagem de dente helicoidal

A continuação será considerado, para o mesmo estudo de caso, um par de engrenagens helicoidais. No caso da largura da fase, para ter a mesma largura da engrenagem reta, será multiplicado o passo axial por 2,2. Para encontrar a dureza necessária, aqui também, é estimado inicialmente que o fator de segurança ao contato é igual a 1. Posteriormente é ajustado, e neste caso por ser um valor inferior ao encontrado no dente reto, assim, é possível usar a equação do gráfico da Figura 34.

Na Tabela 7 são apresentados apenas os valores que diferem da engrenagem de dentes retos e/ou específicos para dentes helicoidais, lembrando que a maior de valores são os mesmos já encontrados para dentes retos.

A continuação, são apresentados os valores específicos para tensão e fator de segurança à flexão em dente helicoidal, Tabela 8. Lembrando que a dureza *Brinell* já foi encontrada para tensão ao

Tabela 7: Valores para encontrar a tensão ao contato em dente helicoidal

Magnitude	Simb.	Valor	Und.
Ângulo helicoidal	β	30	-
Ângulo de pressão normal	θ_n	20	-
Ângulo de pressão transversal	θ_t	22,8	-
Módulo métrico transversal	m_t	3	mm
Módulo métrico normal	m_n	2,6	mm
Passo axial	p_x	16,32	mm
Largura da fase	b	36	mm
Carga tangencial	F_t	249,75	N
Carga radial	F_r	1048,9	N
Carga axial	F_a	1440,92	N
Carga resultante	F	3066,79	N
Fator geométrico de crateramento	Z_I	0,190	-
Tensão ao contato	σ_H	774,03	MPa
Número ao contato permitido "estimado"	σ_{HP}	875,87	MPa
Dureza Brinell "estimada"	HB	304,45	-
Dureza Brinell "selecionada"	HB	311	-
Número de contato permitido "recalculado"	σ_{HP}	890,42	MPa
Fator De segurança "ajustado"	S_H	1,0	-

contato, e a mesma será usada para recalculer o número à flexão permitido, usando o gráfico da Figura 25.

Tabela 8: Valores da tensão à flexão em dente helicoidal

Magnitude	Simb.	Valor	Und.
Fator geométrico de flexão	Y_J	0,45	-
Tensão à flexão	σ_F	148,04	MPa
Número à flexão permitido "recalculado"	σ_{FP}	254,1	MPa
Fator de segurança à flexão	m_t	3	mm

5.7 Análise de Tensão à flexão e ao contato computacional

Uma forma de validar os resultados oriundos de modelos analíticos é por meio de FEM. Conforme o levantamento do estado da arte, (Introdução), para uma FEA pode ser considerado apenas 3 dentes de um pinhão no ponto mais crítico, ou seja, onde o dente do pinhão coincide com o canal de chaveta do cubo.

Neste trabalho não é usado o software ANSYS, mas, pretende-se fazer isso num futuro trabalho. Considera-se o software Solid Edge para uma análise estática que permita verificar o efeito da aplicação de apenas a carga tangencial ou ambas as cargas (tangencia e radial), no dente de uma engrenagem reta.

Lembrando, a informação colhida no estado da arte, uma das vantagens da norma AGMA é que usa ambas cargas para análise, concentradas no diâmetro primitivo do dente de uma

engrenagem, já a norma ISO considera apenas a carga tangencial.

De acordo à literatura, podemos encontrar, a partir da carga tangencial e o ângulo de pressão, a carga resultante (tangencial e radial) (Budynas & Nisbett, 2014; Mott, 2013; Juvinal & Marshek, 2011).

Assim, na Figura 40 observa-se que quando considerada apenas a carga tangencial, neste caso de 2495,7 N, para o teste estático de simulação com uma malha arbitraria de 1,68 mm de afastamento entre seus pontosm, (não foi realizado o estudo de convergência de refinamento de malha), apresenta no flaco ponto do diâmetro primitivo, a 0,5 mm aproximadamente de profundidade, uma tensão de 79 MPa. E na superfície do cordão raiz a tensão apresentada é de aproximadamente 65 MPa.

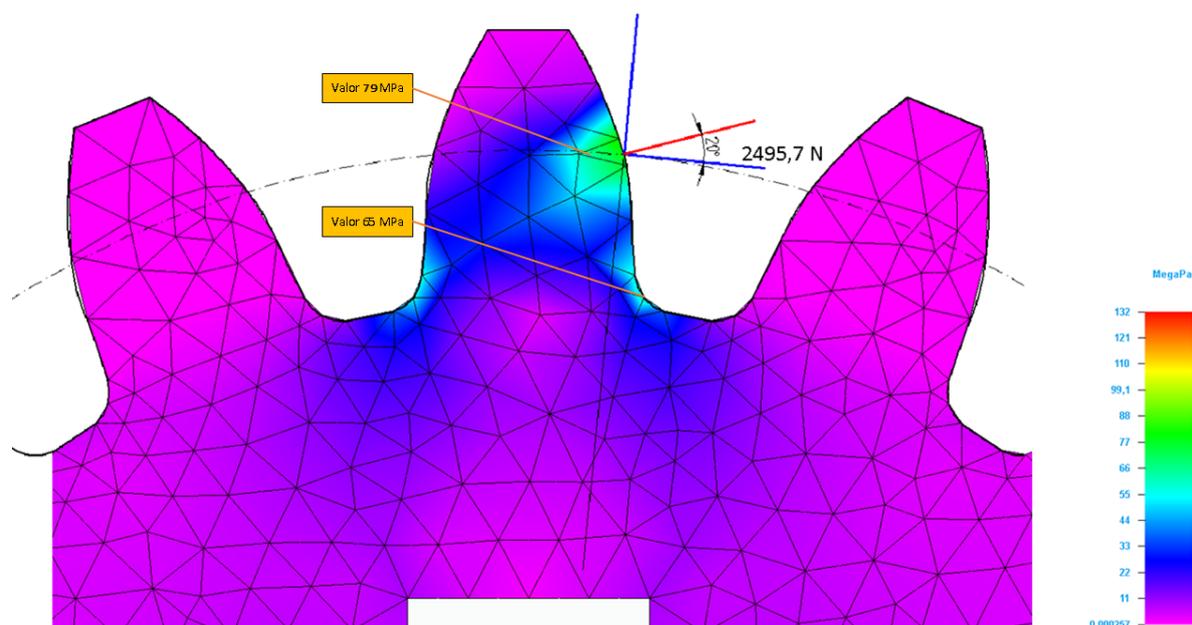


Figura 40: FEA considerando apenas carga tangencial

Por outro lado, na Figura 41 observa-se que são consideradas ambas cargas (tangencial e radial), contidas na carga resultante de 2 655,9 N. Nesse segundo estudo estático de simulação considerou-se também uma malha de 1,68 mm de afastamento entre seus pontos. Percebe-se que no flanco ponto do diâmetro primitivo, a 1 mm aproximadamente de profundidade, a tensão apresentada é de 60 MPa. E na superfície do cordão raiz a tensão a tração apresentada é de aproximadamente 52 MPa, e uma tensão de compressão de aproximadamente 60 MPa.

Ambos testes, Figuras 40 e 41, tiveram as mesmas condições de entrada, mas, claramente o estudo com apenas a carga tangencial aplicada, embora inferior quando comparada com a carga resultante, apresenta pontos com tensões mais elevadas, fato que confirma que quando é considerada apenas a carga tangencial numa modelagem analítica de cálculo de tensão, a mesma será mais conservadora. Também, pode ser comprovado que a carga radial ajuda a mitigar as tensões no dente da engrenagem.

A continuação, os cálculos realizados para o dente reto serão contidos no denominado Estudo - R. Já os cálculos obtidos do programa Solid Edge, especificamente usando a plataforma CAE,

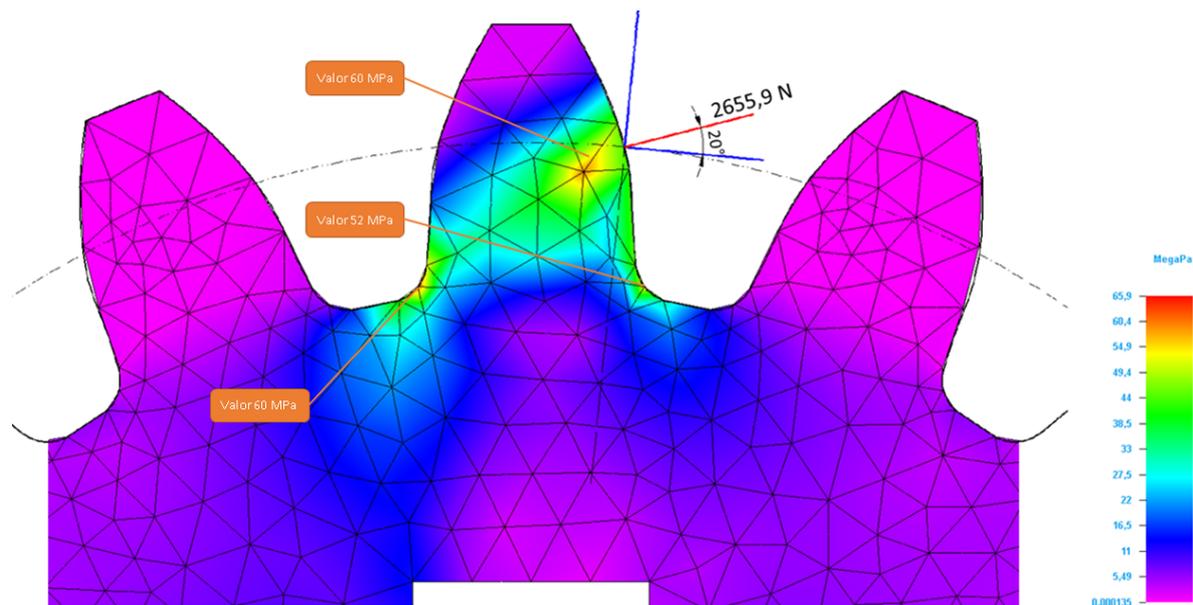


Figura 41: FEA considerando carga resultante

para uma análise à fadiga serão agrupados no denominado Estudo_SE. Cabe destacar que a norma ISO usada no software Solid Edge, para análise de tensão à flexão e ao contato, não usa a versão mais atual de 2019.

Na Tabela 9 é apresentado um comparativo entre ambos estudos. A maioria dos valores para a construção da geometria do pinhão e outros valores básicos, são iguais em ambos estudos, a maior diferença é na construção da involuta do dente, o Estudo_R considera o critério de Lewis, e o Estudo_SE considera o critério específico contido na norma ISO 6336 (2019).

Na Tabela 10 são apresentados os principais fatores considerados para cálculo de tensão à flexão e ao contato na norma AGMA e o seu equivalente no software Solid Edge. O fator de sobrecarga no Solid Edge é chamado de fator de aplicação e ambos são iguais. O fator dinâmico possui o mesmo nome, mas, os valores são diferentes. No programa Solid Edge solicita-se a alimentação de um fator de aspereza que não existe na norma AGMA, podendo supor que seja parte do fator dinâmico, mas não há informação suficiente para poder confirmar isso. O fator de tamanho possui o mesmo nome e seus valores são muito próximos. O coeficiente de elasticidade é chamado no Solid Edge de fator de elasticidade e ambos são muito próximos. Finalmente, para que a comparação seja mais consistente, e como já foram encontrados os valores para o número de tensão permitido, tanto para flexão e contato, esses valores são alimentados, como dados de entrada, no Solid Edge, dessa forma o comparativo fica equivalente.

Na Tabela 11 são apresentados e comparados os resultados calculados para as tensões à flexão e contato, usando a norma AGMA e os obtidos no programa Solid Edge.

A seguir, na Tabela 12, são comparados os principais resultados obtidos para engrenagem de dente reto, denominado de Estudo_R e os resultados do dente helicoidal, denominado de Estudo_H.

Finalmente na Tabela 13, são apresentados os principais resultados de tensão, dureza do dente e fator de segurança para flexão e contato na engrenagem reta e helicoidal .

Tabela 9: valores da geometria em dente reto

Magnitude	Estudo R	Estudo SE
Diâmetro externo	54 mm	54 mm
Diâmetro primitivo	48 mm	48 mm
Diâmetro base	45,1 mm	45,1 mm
Diâmetro raiz	40,5 mm	40,5 mm
Distância de centro	84 mm	84 mm
Involuta	Lewis	ISO
Relação de largura da face	0,75	0,75
Velocidade linear	3,016 m/s	3,016 m/s
Carga tangencial	2495,7 N	2495,75
Carga radial	908,4 N	908,38
Carga resultante	2655,9 N	2655,9
Torque do pinhão	59,897 N-m	58,898 N-m

Tabela 10: Fatores considerados em ambos estudos

Magnitude	Estudo R	Estudo SE
Fator de sobrecarga/aplicação	1,25	1,25
Fator de distribuição de carga	1,33	1,09
Fator dinâmico	1,26	1,01
Fator de aspereza	-	1,15
Fator de tamanho	1,05	1,00
Fator de elasticidade	189,19	189,81
Número de flexão permitido	342,5 MPa	342,5 MPa
Número de contato permitido	1258,94 MPa	1258,94 MPa

Tabela 11: tensões e fatores de segurança para flexão e contato

Magnitude	Estudo R	Estudo SE
Tensão ao contato	1106,36 MPa	1329,26 MPa
Fator de segurança ao contato	1,1	1,7
Dureza selecionada	555 HB	não especificado
Tensão à flexão	213,23 MPa	170,65 MPa
Fator de segurança à flexão	2,2	2,7

Tabela 12: comparativo entre engrenagem de dente reto e helicoidal

Magnitude	Estudo R	Estudo H
módulo métrico	$m_n = 3 \text{ mm}$	$m_t = 3 \text{ mm}$
ângulo de pressão	$\theta = 20$	$\theta_n = 20$
ângulo helicoidal	-	$\beta = 30$
ângulo transversal	-	$\theta_t = 22,8$
passo axila	-	$p_a = 16,32 \text{ mm}$
largura da face	$b = 36 \text{ mm}$	$b = 36 \text{ mm}$
cordão raiz	$r = 0,9 \text{ mm}$	$r = 0,78 \text{ mm}$
carga tangencial	$F_t = 2495,7 \text{ N}$	$F_t = 2495,7 \text{ N}$
carga radial	$F_r = 908,36 \text{ N}$	$F_r = 1048,9 \text{ N}$
carga axial	-	$F_a = 1440,92 \text{ N}$
carga resultante	$F = 2655,9 \text{ N}$	$F = 3066,79 \text{ N}$

Tabela 13: tensões e fatores de segurança para flexão e contato em dente reto e helicoidal

Magnitude	Estudo R	Estudo H
Tensão ao contato	1106,36 MPa	774,03 MPa
Fator de segurança ao contato	1,1	1,0
Dureza selecionada	555 HB	311 HB
Tensão à flexão	2313,23 MPa	148,04 MPa
Fator de segurança à flexão	2,2	1,6

6

Comparando, para o mesmo estudo de caso, um par de engrenagens de dente reto usando a norma AGMA, um par de dentes de dente reto usando o Solid Edge, e um par de engrenagens de dente helicoidal usando a norma AGMA, tem-se:

- A tensão ao contato para dentes retos no Solid Edge é aproximadamente 17 % maior do que o encontrado para dente reto, usando a norma AGMA;
- A tensão ao contato, usando a norma AGMA, para dentes retos é aproximadamente 30 % maior se comparado à tensão ao contato de dente helicoidal, usando também a norma AGMA;
- O fator de segurança ao contato no Solid Edge é aproximadamente 35% superior do que o encontrado usando a norma AGMA, ambos para dente reto;
- O fator de segurança ao contato, usando a norma AGMA, para dentes retos é aproximadamente 9 % maior se comparado ao fator de segurança ao contato de dente helicoidal, usando também a norma AGMA;
- A dureza *Brinell*, usando a norma AGMA, para dentes retos é aproximadamente 44 % maior se comparado à dureza *Brinell* necessária para um dente helicoidal, também usando a norma AGMA;
- O fator de segurança à flexão no Solid Edge é aproximadamente 19% superior do que o encontrado usando a norma AGMA, ambos para dente reto;
- O fator de segurança à flexão, usando a norma AGMA, para dentes retos é aproximadamente 27 % maior se comparado ao fator de segurança à flexão de um dente helicoidal,

também usando a norma AGMA.

7 Conclusão

Neste trabalho foi realizado o estado da arte da forma de análise em engrenagens cilíndricas, destacando 4 formas na literatura científica: i) testes experimentais, com o ponto negativo em relação ao custo para fabricar protótipos físicos para ensaios, além de que os mesmos têm que ser reproduzidos numa escala superior ao elemento real para minimizar os erros no posicionamento de sensores e coleta de dados; ii) análise numérica computacional, principalmente destacam-se os programas de simulação ANSYS e ABAQUS, mas os mesmos apresentam pontos negativos em relação a custos com processadores computacionais para obter resultados precisos e rápidos, custo para aquisição do software, além disso, embora tenham ocorrido muitas melhorias nas suas versões para a modelagem 3D de um elemento, ainda não são tão amigáveis quando comparados a outros programas específicos de CAD, tais como o Solid Edge; iii) modelagem analítica usando a norma ISO 6336, mas, um dos pontos negativos é que dita norma considera apenas a carga tangencial nos seus cálculos, fato que obriga à mesma ser conservadora nos seus resultados, outro inconveniente é não estar difundida, no mundo acadêmico, a sua nova versão de 2019, além de apresentar um custo relativamente alto para sua aquisição, comparado com a norma AGMA; iv) modelagem analítica usando a norma ANSI/AGMA (2101-D04, 2016) para unidades métricas, apresenta-se como a mais precisa e fácil de ser usada para cálculos à fadiga de tensão à flexão e contato, além de ser mais divulgada nas pesquisas científicas, considerando nos seus cálculos as cargas tangencial e radial, além da sua aquisição possuir um valor mais baixo para fins acadêmicos, e mesmo se adquirida comercialmente a mesma é 60% mais barata que a norma ISO. Um ponto negativo da norma AGMA é que não considera nos seus cálculos um fator para avaliar o impacto no adendo da ponta do dente de uma engrenagem.

Destaca-se também que a aparição de uma possível fratura ao contato apresenta-se depois de 10^7 ciclos a mais de 1 mm de profundidade em relação à superfície do flanco do dente de engrenagem, considerando que a engrenagem possui algum tipo de tratamento térmico na sua superfície.

Um dado importante que pode minimizar o tempo de processamento para uma FEA é a confirmação de que analisando apenas a geometria de 3 dentes de uma engrenagem, independentemente do número total de dentes, apresenta resultados confiáveis. Também, o estado da arte aponta que um alívio no adendo da ponta do dente de uma engrenagem, (acima do diâmetro primitivo), proporciona um engrenamento mais leve e diminui a tensão de contato com o adedendo, (abaixo do diâmetro primitivo), mas, se esse alívio não for calculado pode influenciar negativamente no aumento da tensão à flexão. Além disso, normalmente na literatura acadêmica considera-se que o cordão raiz é o produto do módulo vezes constante igual a 0,3, já nos estudos recentes são usados para o cordão raiz, a multiplicação do módulo pela constante 0,38, dessa forma há maior dissipação da tensão no filete do dente.

Outro aporte deste trabalho é o detalhamento da norma AGMA 2101-D04 e a inclusão de tabelas e gráficos da literatura acadêmica, proporcionando assim, um protocolo para seu uso e modelagem analítica de qualquer tipo de engrenagem cilíndrica de dentes retos ou helicoidal.

No item concepção e desenvolvimento deste trabalho, foram usados dados reais de um equipamento conhecido pelo autor. Foi modelada a forma analítica da engrenagem usando a norma AGMA/ANSI (2101-D04, 2016) para dentes retos, e comparou-se com resultados obtidos no software Solid Edge, que pelo que está indicado na sua biblioteca, usa para seus cálculos de dentes retos a norma ISO 6336.

Comprovou-se que há divergência nos resultados obtidos entre ambas normas, e de uma forma geral os resultados do Solid Edge são mais conservadores que a norma AGMA, mesmo cenário relatado no estado da arte quando comparadas as normas AGMA e ISO.

Além disso, usando a norma AGMA 2101-D04 (2016) tanto para cálculo de engrenagem reta e helicoidal, comprovou-se que a engrenagem helicoidal é mais eficiente no que se refere a: necessidade de menor dureza *Brinell* na superfície, possuir menor tensão ao contato, e consequentemente menores fatores de segurança.

Finalmente, pretende-se em futuros trabalhos automatizar a norma AGMA 2101-D04 criando códigos de programação na linguagem Python. Além disso, pretende-se analisar os dados deste trabalho em FEM do ANSYS ou ABAQUS.

Referências

- Learning, C. (Ed.). (2015). *Introdução à Engenharia Mecânica* (2nd ed.). Cengage Learning.
- Equipamentos mecânicos: Análise de falhas e solução de problemas. (2012). In QualityMark (Ed.), *Rio de Janeiro: Editora Qualitymark* (3rd ed.).
- External spur gear root bending stress: A comparison of ISO 6336:2006, AGMA 2101-D04, ANSYS finite element analysis and strain gauge techniques. (2017). *Mechanism and Machine Theory*, 111, 1–9. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2017.01.006>
- Dynamic structural and thermal characteristics analysis of oil-lubricated multi-speed transmission gearbox: variation of load, rotational speed and convection heat transfer.* (2019). International Organization for Standardization. <https://www.iso.org/standard/63822.html>
- Fundamental rating factors and calculation methods for involute spur and helical gears teeth.* (2016). American Gear Manufacturers Association. <https://members.agma.org/ItemDetail?iProductCode=2101-D04&Category=STANDARDS>
- Analytical load sharing and mesh stiffness model for spur/helical and internal/external gears – Towards constant mesh stiffness gear design. (2017). *Mechanism and Machine Theory*, 113, 126–140. <https://doi.org/10.1016/J.MECHMACHTHEORY.2017.03.007>
- A new analytical model to calculate the maximum tooth root stress and critical section location of spur gear. (2018). *Mechanism and Machine Theory*, 128, 275–286. <https://doi.org/10.1016/J.MECHMACHTHEORY.2018.05.012>
- Modeling of contact fatigue damage behavior of a wind turbine carburized gear considering its mechanical properties and microstructure gradients. (2019). *International Journal of Mechan-*

cal Sciences, 156, 283–296. <https://doi.org/10.1016/J.IJMECSCI.2019.04.004>

An analytical method for calculating the tooth surface contact stress of spur gears with tip relief. (2019). *International Journal of Mechanical Sciences*, 151, 170–180. <https://doi.org/10.1016/J.IJMECSCI.2018.11.007>

Calculation of load capacity of spur and helical gears: Calculation of surface durability (pitting). (2006). International Organization for Standardization. <https://www.iso.org/standard/63821.html>

A quasi-static FEM for estimating gear load capacity. (2015). *Measurement*, 75, 40–49. <https://doi.org/10.1016/J.MEASUREMENT.2015.07.036>

Analysis and formulation of spur gear stresses with different tip modifications. (2019). *Journal of Central South University*, 26(9), 2368–2378. <https://doi.org/10.1007/s11771-019-4180-x>

A New Experimental Approach to Test Open Gears for Winch Drums. (2015). *Procedia Engineering*, 133, 192–201. <https://doi.org/10.1016/J.PROENG.2015.12.657>

Contact stress analysis for a pair of mating gears. (2013). *Mathematical and Computer Modelling*, 57(1–2), 40–49. <https://doi.org/10.1016/J.MCM.2011.06.055>

A translation technique: Dimensionless ratings and conversion factors between ISO and AGMA gear standards. (2016). *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Proceedings (IMECE)*, 11. <https://doi.org/10.1115/IMECE201665123>

Dynamic structural and thermal characteristics analysis of oil-lubricated multi-speed transmission gearbox: variation of load, rotational speed and convection heat transfer. (2017). *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering*, 41(4), 281–291. <https://link.springer.com/article/10.1007/s40997-016-0063-z>

Free vibration and connecting bolt constraint-based FEA analysis of heavy vehicle medium duty transmission gearbox housing made from AISI 4130 alloy material. (2017). In *Mathematics Applied to Engineering* (pp. 133–146). Elsevier. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780128109984000077>

New Siemens applications for designing bevel gears. (2017). *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 227(1), 12049. https://www.researchgate.net/publication/318922770_New_Siemens_applications_for_designing_bevel_gears

Modeling and Dynamic Simulation of TI Worm Drivebased on GearTrax. (2019). *2019 IEEE 8th Data Driven Control and Learning Systems Conference (DDCLS)*, 1355–1359. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8909061>

McGraw-Hill (Ed.). (2014). *Shigley's Mechanical Engineering Design* (10th ed.). McGraw-Hill Education.

Pearson (Ed.). (2013). *Machine elements in mechanical design* (5th ed.). Pearson.

Calculation of load capacity of spur and helical gears: Calculation of service life under variable load. (2019). International Organization for Standardization. <https://www.iso.org/standard/63823.html>

Gear Classification and Inspection Handbook - Tolerances and Measuring Methods for Unassembled Spur and Helical Gears. (2002). American Gear Manufacturers Association. [https://members.agma.org/ItemDetail?iProductCode=2000-A88&Category=STANDARDS](https://membersAGMA.org/ItemDetail?iProductCode=2000-A88&Category=STANDARDS)

An ontology-based model for prognostics and health management of machines. (2017). *Journal of Industrial Information Integration*, 6, 33–46. <https://doi.org/10.1016/j.jii.2017.02.006>

OntoProg: An ontology-based model for implementing Prognostics Health Management in mechanical machines. (2018). *Advanced Engineering Informatics*, 38, 746–759. <https://doi.org/10.1016/j.aei.2018.10.006>

Determination of the bending strength geometry factor J for the calculation of stress in parallel-axis gears as a function of the reference correction and slope angle of the gear tooth. (2016). *Int. J. Mech. Eng. Autom.*, 3(1), 27–33. <https://pdfs.semanticscholar.org/2b6c/c698e8d5e5a35c59e68094c409da395b9d1c.pdf>

Sons, J. W. & (Ed.). (2011). *Fundamentals of machine component design* (5th ed.). John Wiley & Sons.

Solid Edge for Educators. (2020). Siemens PLM Software. <https://www.plm.automation.siemens.com/global/pt/our-story/partners/academic/engineering-curriculum.html>

Source for Materials Information. (2020). MatWeb Material Property Data. <http://www.matweb.com/>